

4.6 一般相対論の予言

ここでは一般相対論が物理的観測量として予言している水星の近日点移動の問題を議論して行こう。実際、観測量と比較した場合、一般相対論の予言値はその観測値を再現できない事をここで示すことになる。これまで一般相対論関係の教科書では、水星の近日点移動の観測値が3桁の精度で再現できるものとして紹介されている場合がある。しかし実際は観測量を計算する過程で物理的に正当化できない手法を用いているので、そのことに関してもきちんと解説しておく必要がある。

さらに決定的に重要な観測量として、うるう秒の問題がある。水星の近日点が移動するならば、当然、地球もそれに応じた変化をするべきである。この当然の事が、現代技術の進歩、特に正確な時間測定の長足な進歩により、測定されてきた事は意味深いものがある。実際、地球の近日点移動と同じ現象がうるう秒として非常に正確に観測されていたのである。しかも、この地球の公転の遅れの観測量は新しい重力理論によって完璧に再現されるのに対して、一般相対論の予言では全く再現できていない。これは明らかで、一般相対論のこれまでの計算では、軌道が円の場合、そもそも近日点が存在しないため、近日点移動を計算することができないのである。しかし、実際問題としては、近日点移動も観測量と関係するためには周期を計算する必要がある。理論と実験を比較するためには、何が観測量かという問題をしっかり理解することが最も重要である。さらに、この地球のうるう秒の問題に加えて、GPS衛星の周期のズレの問題もあり、この問題も次章で議論して行こう。

4.6.1 一般相対論と観測量

一般相対論を応用して、実際の観測量と結び付けようとする作業はこれまで沢山のされてきている。ここではその解説を簡単にして行こう。まずは一般相対論が古典力学の方程式に与える影響を評価する事が最も大切である。実は、この記述はブラックホールの予言の問題と密接に関係している。従って、まずはこの一般相対論が予言する高次の効果として、一般相対論による付加ポテンシャルの問題から解説して行こう。

4.6.2 一般相対論による付加ポテンシャル

一般相対論の効果を近似的に無理やり付加ポテンシャルで表すとその付加ポテンシャルを加えた重力ポテンシャルは

$$V(r) = -\frac{GMm}{r} - \frac{3}{mc^2} \left(\frac{GmM}{r} \right)^2 \quad (4.60)$$

となる。但し、一般相対論の高次項はポテンシャルでは書けないと言われることがある。しかしながら、もしそのことが事実だとしたら、それは一般相対論が内部に深刻な問題を含んでいる事を示している。ニュートン方程式は量子論における期待値として求められているので、すでに観測量と直接に結びつくべき方程式である。従って、この方程式に対する如何なる高次の修正効果も必ず、ポテンシャルの言葉で表現される必要がある。

ここでは、人々が主張している φ 依存性の変化分 (後で、式 (4.66) で与えられている) を再現するようなポテンシャルとして上記のポテンシャル (4.60) は求められている。この時、ニュートン方程式は

$$m\ddot{r} = -\frac{GmM}{r^2} + \frac{L_g^2}{mr^3} \quad (4.61)$$

となっている。ここで、 L_g^2 は

$$L_g^2 \equiv \ell^2 - \frac{6G^2M^2m^2}{c^2} \quad (4.62)$$

と定義されている。さらに新しく角速度 Ω_g を

$$\Omega_g^2 \equiv \omega^2 - \frac{6G^2M^2}{c^2R^4} \equiv \omega^2(1 - \gamma) \quad (4.63)$$

で定義しておく。ただし、 γ は

$$\gamma = \frac{6G^2M^2}{c^2R^4\omega^2} \quad (4.64)$$

である。

4.6.3 重力崩壊

ここで重要な事は、もし L_g^2 の式で右辺の第2項が第1項よりも大きくなるとこれは重力的に不安定となることである。 r が小さい所では必ず引力が勝ってしまい、角運動量でこれまで崩壊を止めていたのに、もはや止める項がなくなり重力崩壊してしまう。これがブラックホールであり、その条件は

$$R \leq \frac{\sqrt{6}GM}{c^2} \quad (4.65)$$

と表されている。式の細かい係数 ($\sqrt{6}$) はこれまでの計算と異なることはあるが、式 (4.65) が基本的には通常言われているブラックホールの条件と確かに一致している。

● 解が存在しない! : しかしながらこの場合、式 (4.66) でわかるように、 L_g^2 が負であるため軌道の半径 r が負となっていて、これは物理的に意味のある解ではない。従って r が実数では求まらなく、このニュートン方程式には解なしとなっている。ブラックホールの条件 (4.65) を満たさない場合でも、自然界を記述する基本方程式がこのような特異な振る舞いを内包していることは通常ではあり得ない。これはポテンシャル (4.60) におけるニュートン方程式が自然界を記述する方程式ではないことを意味している。

● 相対論的な効果? : ここで一般相対論の専門家は「式 (4.65) を満たすような場合でもニュートン方程式が成り立つのか?」と質問して来ると思われる。この場合、確かに相対論的な効果が効いてくる可能性がある。ところが一般相対論は運動力学の方程式ではないので、この力学の問題に関しては初めから全く無力である。この場合は別の新しい相対論的な方程式を構築する必要がある。実はそれこそが量子場の理論に基づいた新しい重力理論なのである [2, 3]。

4.6.4 水星軌道の進み

それでは、この一般相対論による付加ポテンシャルはどのような水星の近日点移動を予言するのであろうか? ニュートン方程式に対する軌道の解は

$$r = \frac{A_g}{1 + \varepsilon \cos\left(\frac{L_g}{\ell} \varphi\right)} \quad (4.66)$$

と書けており、ここで A_g は

$$A_g = \frac{L_g^2}{GMm^2} \quad (4.67)$$

で与えられている．物理的な観測量は前述したように積分量であり，今の場合のニュートン方程式で保存量である角運動量から $\ell = mr^2\dot{\varphi}$ より，

$$\frac{\ell}{m} \int_0^T dt = \int_0^{2\pi} r^2 d\varphi = A^2 \int_0^{2\pi} \frac{1}{\{1 + \varepsilon \cos(\varphi(1 - \gamma))\}^2} d\varphi \quad (4.68)$$

と積分すれば良く

$$\omega T \simeq 2\pi\{1 - (2 - \varepsilon)\gamma\} \quad (4.69)$$

が直ちに求められる．しかし一般相対論による付加ポテンシャルで引き起こされる効果は

$$\left(\frac{\Delta\omega}{\omega}\right)_{th} \simeq -(2 - \varepsilon)\gamma \quad (4.70)$$

となり角速度の遅れを与えている．これは，一般相対論の予言値が観測値と矛盾している事を明確に示している．この事より，一般相対論は概念的な困難だけでなく，観測量との比較からも正しい理論ではない事が示されている．

4.6.5 これまでの理論計算の予言

それでは，これまでの人達は何故一般相対論の予言値が水星の近日点移動の観測事実を再現できると思ったのであろうか？その答えは簡単である．これまでの理論計算においては，角度のズレだけで観測量と結びつけられると思い込んだ事によっている．水星の軌道を与える式は

$$r = \frac{A_g}{1 + \varepsilon \cos\left(\varphi\left(1 - \frac{1}{2}\gamma\right)\right)} \quad (4.71)$$

と表された．ここで角度の式には L_g^2 の具体的な式を入れてある．但し， γ は充分小さいとしている．この時，水星の近日点は軌道の式から

$$\varphi\left(1 - \frac{1}{2}\gamma\right) = 0 \quad (4.72)$$

で与えられるが，この場合明らかに $\varphi = 0$ となってしまう．そこで人々は

$$\varphi\left(1 - \frac{1}{2}\gamma\right) = 2\pi \quad (4.73)$$

が近日点を与えるからと言ってこの式から角度のズレを求めたのである．この場合，確かに

$$\varphi \simeq 2\pi + \pi\gamma \quad (4.74)$$

が求められて，水星の近日点移動が $\frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{\gamma}{2}$ となっている．そしてこの物理量は観測値を良く再現していた．しかし，この式には数学的に明らかな矛盾点がある．それは， φ は常に $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ で定義されているという事である． φ が 2π を超える事はあり得ない事であり，定義されていない．

さらに近日点の問題において，実際には軌道を一周回って初めて近日点が変わることに注意する必要がある．それはすなわち，軌道を一周まわる操作を必ずしなければならぬ事を意味しており，一周回ると言う事は結局，周期を計算することに対応している．

4.6.6 一般相対論の物理的観測量

それではこれまでの計算結果 (4.74) に対応する正しい観測量はどのように計算したら良いのであろうか？これはやはり周期に対応する量を計算する必要があり，それは

$$\omega T \simeq 2\pi(1 + \varepsilon\gamma) \quad (4.75)$$

と求めればよい．従って，この効果は

$$\left(\frac{\Delta\omega}{\omega}\right)_{th} \simeq \varepsilon\gamma \quad (4.76)$$

となり，確かに角速度 ω の進みを与えている．しかしながら，この場合の角速度 ω の進みは離心率 ε に比例しており，水星の近日点も $\varepsilon = 0.2$ であるため，理論値は観測値よりはるかに小さくなる．さらに，GPS 衛星や地球の公転の場合，離心率 ε がほとんどゼロであるため，これだけを取ったとしても，一般相対論は GPS 衛星と地球の観測値を再現できていない事が良くわかるものである．

4.6.7 Feynman の非公開研究ノート

観測量が $\omega T = 2\pi$ からのズレであるという視点は、過去において何人もの物理屋が検証した事と思われる。そのうちの一人は Feynman であり、彼は非公開の研究ノートで同じような計算をしている。しかし Feynman の時代では水星の近日点移動のデータしかなかったので、一般相対論による計算結果が観測値の3分の1でも彼はこの程度でも良いのだらうと思ったようである。実際、観測値自体が非常に古いものであり、またズレの方向が正しい事でもあったので、この段階での結論としては理解できるものである。もし GPS と地球公転の近日点移動のデータがわかっていたら、彼も恐らくは一般相対論を疑った事であろう。ここでこれまでの計算結果を表にまとめておこう。ここで一般相対論としてあげてある数値は式 (4.76) による計算であり、Feynman の予言値もこれと同じである。

近日点移動の観測値と予言値の比較

	水星 ($\Delta\omega/\omega$)	GPS ($\Delta\omega/\omega$)	地球の公転 ΔT
観測値	8.0×10^{-8}	4.5×10^{-10}	$0.625 \pm 0.013 \text{ s/year}$
新しい重力理論	4.8×10^{-8}	3.4×10^{-10}	0.621 s/year
一般相対論	3.3×10^{-8}	0.10×10^{-10}	0.031 s/year

このように、観測量をしっかりと検証する事は常に重要である事がよくわかる。これまで見てきて明らかになったように、一般相対論はその理論の出発点から問題を含んでおり、さらにその理論モデルの予言値は観測値を再現できていない。さらに、次章で見るように量子場の理論による新しい重力理論が発見され、その理論の予言値が観測値を良く再現している。その意味においては、一般相対論は単純に不要な理論となっただけであり、物理学の理論体系からすれば特に影響されることはない事も確かである。

4.7 新しい宇宙論

一般相対論が否定され、通常の場合の理論で重力がきちんと理解できるようになったという事は、即、宇宙論に大きな影響をもたらす事は明らかである。この場合、ビッグバンではなくて、全くそれとは異なる宇宙論を考えて行く必要がある。それともう一つ重要な要素がある。それは、光が重力と相互作用するのである。この相互作用は光が真空偏極してその時のフェルミオンが重力と相互作用する Feynman グラフの4次の項としてでてくるものである。従って、強い重力源のところでは、光は散乱する可能性がある。これらの情報をもとにして、新しい宇宙像を考えて行きたい。

4.7.1 コスミックファイアボール

現在、多くの銀河は全体として膨張している事がわかっているが、しかしいづれは必ず重力による引力により引き合い融合する事になる。それが大雑把に何時であるかは、ある程度は計算出来ると思うが、それ程興味のある物理学上の対象にはならないし、あまり興味が湧く事でもない。しかしながら、膨張が止まった段階で、沢山の銀河は少しずつ融合しながら、より大きな銀河団を作って行く事であろう。そしてそれを繰り返す事により、最終的には、2個か3個の大銀河団になって行き、それらが最後の衝突を起こす事になるであろう。その最終的な衝突で作られた物を「コスミックファイアボール」と呼ぶ事にした。このコスミックファイアボールの状態は非常に熱いものになっている事と考えられ、それは恐らくはこれまで考えられて来たビッグバンの状態の中でバリオンと電子の世界になった状態に似ているものと考えている。従って、この場合は最初にヘリウムまでは作られるであろうが、その後はやはり急速に冷えて行き、重い原子核の生成はこのコスミックファイアボールの段階では、作り難いものであると考えても矛盾は無いものと思われる。

4.7.2 前宇宙の残骸

この新しい宇宙論によると、銀河と宇宙の形成は繰り返す事になる。この宇宙の形成は約150億年程の昔に大方作られたものと考えられているが、それではその前の宇宙はどうであったのであろうか？恐らくは、今の宇宙の様に沢山の銀河が融合してコスミックファイアボールになったと考えられるが、何か、その爆発の「残骸」に対応するものがあれば、よりわかり易いと思われ

る。その残骸に対応するものとして考えられるものは、やはり銀河の大構造であろう。この銀河の大構造に関する詳しい内容は、宇宙物理学の専門書を参照していただく事にしたいが、銀河団の空間的分布がある所でかなり偏っているという事である。それはまるで壁を作っている様に並んで見える場合が観測されているのである。これは、最終段階の銀河団の衝突の仕方と密接に関係している物と思われる。

それ以外の前宇宙の残骸としてフォトン・バリオン比があるだろう。この事は、第1章でも議論しているが、この宇宙はフォトンの数がバリオン数より大幅に多いが、この理由は物理学では現在までのところ、解明されていない。この宇宙のバリオン数に関しては、恐らくこれは物理の対象にはならないと思っている。つまり、このバリオン数を持つ宇宙が無限に遠い過去からずっとあったと考えるしか他に仕様がなない。しかし、フォトンは何時でも作られるので、増える事は確実である。しかしどの様に増え、そしてどの程度がこの宇宙の外に逃げて行くのかは、まだ良くわからない。いずれは、ある程度の計算は出来るかも知れない。

4.7.3 無限の過去・未来と無限の空間

この新しい宇宙論の描像によれば、無限に遠い過去から無限に遠い未来まで同じ事（銀河と宇宙の生成）を繰り返してきたし、また将来も繰り返す事になる。それでは、無限の過去・未来とは一体何なのであろうか？これこそは、確かに永遠の課題であろう。しかし、はっきりしている事は、人間は有限量しか理解出来ないのである。無限と言葉で言っても、実際は何もわかっている訳ではない。数学者に言わせれば、人間は所詮数える事しか出来ないのであるという事になる。そして、脳科学者に言わせれば、人間の脳はせいぜい1兆個の脳細胞により思考しているから、無限の過去・未来を理解する事は不可能であるという事になる。

さらに言えば、空間的にも宇宙は無限であるとしても、なんら矛盾が無い。これまでは、宇宙が無限であるとしたら Olbers のパラドックにより、星の光を全て足すと必ず無限大の光になってしまうから、宇宙が無限では困ると言う事が考えられてきた。この事も人々がビッグバン宇宙論を支持する一つの根拠でもあった。しかしながら、Olbers のパラドックには基本的な仮定として、星が常に一様に分布しているという事がある。この新しい宇宙論の場合、明らかに一つの宇宙がほとんど閉じた形で成立しており、一様性の仮定が成り立っていない。さらに、光が重力と散乱する事より、必ずしも全ての光が遠方

まで届くわけではない。さらに言えば光速は有限速度であり無限の彼方から光が届くには無限の時間が掛かることになっている。従って、この我々の宇宙と同じ様なレベルの大宇宙が他に無限個あったとしても、別に驚く事ではない。ただ、残念ながら我々にはそれ以上理解できないし、また他の大宇宙との相互作用もほとんどゼロに近いであろうから、物理学の対象にはならない事も確かである。それ以上に、人間には無限の空間と言う事を理解する事が出来ない。どんなに想像したとしても、それは所詮有限の空間なのである。

ある意味で、ビッグバン宇宙論はこの宇宙を有限の空間に閉じ込めたいと言う一種の人間の願望があったように思われる。もう少し強く言えば、人間がわからない事はないと言う一つの驕りがあったように思われてならない。確かに、数学的な「無限」は理解し、それをある程度コントロールする事は可能であるかも知れない。例えば、場の理論模型において、熱力学極限の問題で箱の大きさ L を無限大にする事により物理的な観測量と結びつける事が出来るが、この時 L を無限大にするという意味は、その模型にあらわれるあらゆる長さスケールと比べて L が十分大きいと言っている事なのである。しかしながら、自然界での「無限」はどの様に人間が考えてもそれを理解する事は全く不可能な事である。それは、宇宙では比較すべき長さスケール自体が存在しなく、言い換えればその長さスケール自体が無限であったら、もはや理解不能であるという事は誰でもわかる事である。さらに言えば、これは科学の本質と関係している。科学は観測した事実を理解する事がすべてであり、観測出来ない事を理解しようとする事、あるいは理解したいと思う事は、科学ではない。

4.7.4 新しい宇宙像

これまで見てきたように新しい宇宙像とは、沢山の銀河が形成され全体が膨張し続けて行き、その膨張エネルギーを使い果たしたある段階から今度は収縮に転じて行き、いずれはまたコスミックファイアボールになり、爆発して膨張するという現象を繰り返して行くのであろうという物である。この場合、この宇宙に中心はあるのであろうかと言う疑問を持つのは至極当然である。惑星系も銀河系も全てその中心に重い星が存在しているからである。しかしながら、銀河全体を見るに及び、これはむしろ原子核の多体系に近いのであろうと想像できる。原子核の場合、それは陽子と中性子によって作られている。ところがこの物体には中心となるものが存在していない。それぞれの核子が平等の役割を果たして、原子系のように、その中心に原子核があるという系ではないのである。今の場合、一つの核子からすると、その原子核の中心が何処であ

るかという設問に対しては、どのようにしても答える事は出来ないのである。但し、その原子核全体を見渡す事が出来れば、その中心が大雑把には何処にあるかが、平均値としてわかる事にはなっている。但し、それぞれの核子が動いている限り、実際問題としてその中心を示す事は原理的に出来ない事である。この宇宙全体の中心の問題もこれに極めて近いものであると考えられる。平均したら、この宇宙の中心がどのあたりにあるのかはもし宇宙全体を見渡す事が出来たら、大雑把には議論出来る可能性はある。しかし、宇宙の一部に存在する観測者からこの宇宙の中心を探る事は原理的に不可能である。尤も、それ以上に、この設問がどの程度物理的に意味があるのかはまだ自分には良くわからない。

4.7.5 宇宙の無限性と背景輻射

この我々の宇宙には 2.7 K の背景輻射が存在している。宇宙にこの低エネルギーのフォトンが一様に分布し存在しているとするとこれはかなりのエネルギーになっている。大雑把に言って、すべての物質が持っている宇宙の重力ポテンシャルエネルギーの数%は存在しているものと思われる。この事自体は別に問題ないが、問題はフォトンが我々の宇宙からその外へエネルギーを持ち去っているという事実である。これがたとえ重力ポテンシャルの数%でも、いつかはすべての重力ポテンシャルエネルギーを持ち去ってしまう事は明らかである。

この現象を解釈するモデルとして大雑把に言って2つ考えられる。1つ目のモデルとして、我々の大宇宙は爆発と収縮を繰り返し、その度にこの 2.7 K の背景輻射をこの宇宙外に放射して行くというものである。この事により徐々に重力のポテンシャルエネルギーを失って行き、いずれ全く冷えた状態になって行くというものである。この場合は、背景輻射の放出がどこから出ているのかを説明する必要がある。黒体輻射によると考える場合、本当にそれが可能であると言う事を示す必要があり、現在までのところ、まだ正確なモデル計算はなされてはいないのが現状である。

もう一つのモデルとして、我々の大宇宙と同様な宇宙が無限にあると言うものである。この場合、どの宇宙も爆発と収縮を繰り返し、その度にこの 2.7 K の背景輻射を放出すると言う事は同じである。しかしこの場合、2.7 K の背景輻射は宇宙全体に存在するべきものであり、その温度の多少のずれはあるにせよ、基本的には、この電磁波の海の上に我々の宇宙が存在していると言う事になる。このモデルの場合、2.7 K の背景輻射を理解する事はそれ程難しくはな

なるが、しかし、わからない問題を無限空間に押しやっただと言われても仕方がない模型である。

これら以外にも、様々な模型がこれから提唱されてゆく事になると考えられる。これは面白い問題ではあるが、同時にどこまで科学になれるかが、模型の焦点になる事であろう。

4.7.6 無限宇宙 (Mugen Universe)

宇宙全体を考える時に、我々と同じレベルの宇宙が無限個あるべきであるという事が理論的に結論される事が分かる。これは物理ではなくお話であるが、少し解説する事にしよう。まず、最初に、宇宙の階層構造を定義しておこう。それは大雑把に以下のように定義するのが合理的であろう。

$$10^{57} \times \text{protons} \Rightarrow \text{star} \quad : \quad 10^{12} \times \text{stars} \Rightarrow \text{galaxy} \quad :$$

$$10^{12} \times \text{galaxies} \Rightarrow \text{universe} \quad : \quad \infty \times \text{universe} \Rightarrow \text{mugen - universe.}$$

ここで一つ問題になる事がある。それは、もし我々の宇宙だけがこの宇宙全体に存在していたとすると、その場合は理論の整合性が取れなくなるのである。

- 一つの宇宙の問題点： この宇宙が無限の過去から存在したと言う仮定は、至極、合理的である。逆にもし途中で作られたとしたら、どのように作られ、またその元のエネルギーは何であるのかなど、説明がつかない事であふれてしまうのである。従って、無限の過去から現在の我々の宇宙が存在していたと言う事は、現在の物理学においては間違いない事である。この場合、コスミックファイアボールの生成を無限回繰り返してきた事も事実と考えてよい。しかし、そうだとすると問題が生じるのである。それは1回のコスミックファイアボールにおいて、有限のエネルギーが光子とニュートリノによって我々の宇宙の外に放出されている。それがたとえ小さな量でも、無限回行なっている限り、我々の宇宙の重力エネルギーは既に無くなっているはずであり、理論的に矛盾してしまう事になる。これを回避するためには、どうしても我々と同じレベルの宇宙が無限個存在していないと困る事になっている。

4.7.7 無限個の銀河の宇宙

宇宙全体には我々の宇宙と同じレベルの宇宙が無限個存在しているという仮定の場合 (Mugen-universe) , フォトンとニュートリノによってエネルギーが失われても問題にならない。それは明らかで、他の宇宙から結局同じレベルのフォトンとニュートリノエネルギーが供給されるからである。従って、この場合、重力エネルギーの問題は解決される。

しかしこの時、その無限宇宙は何故、重力的に安定であるのかが問題になるが、これは無限系を考えると解決される事である。今、簡単のために1次元系を考えよう。無限空間を円で表して、後で半径を無限大にすればよい。この時、今、我々の宇宙がある一点に存在するとしよう。この場合、その右方全体の宇宙から引力を受ける事になる。所が、同じように左方全体の宇宙からも引力を受ける事になっている。円を考える限り、これは両者ともに同じ重力になり、即ち、つり合う事になり、安定である事がわかる。

これは勿論お話レベルであるが、しかし、理論内の整合性は常にしっかり考えておく必要がある事は間違いない。

関連図書

- [1] Fields and Particles
K. Nishijima, W.A. Benjamin, INC, 1969
- [2] Symmetry and Its Breaking in Quantum Field Theory
T. Fujita, Nova Science Publishers, 2011 (2nd edition)
- [3] Fundamental Problems in Quantum Field Theory
T. Fujita and N. Kanda, Bentham Publishers, 2013
- [4] Bosons after Symmetry Breaking in Quantum Field Theory
T. Fujita, M. Hiramoto and H. Takahashi
Nova Science Publishers, 2009
- [5] New Fundamentals in Fields and Particles
T. Fujita (editor), Transworld Research Network, 2008
- [6] J.D. Bjorken and S.D. Drell, "Relativistic Quantum Mechanics",
(McGraw-Hill Book Company,1964)
- [7] J.J. Sakurai, "Advanced Quantum Mechanics", (addison-Wesley,1967)
- [8] B.W. Parkinson and J.J. Spilker, "Global Positioning System", Progress
in Astronautics and Aeronautics (1996)
- [9] Simon Newcomb, "Tables of the Four Inner Planets", 2nd ed. (Washing-
ton: Bureau of Equipment, Navy Dept., 1898).
- [10] B.G. Bills and R.D. Ray. (1999), " Lunar Orbital Evolution: A Synthesis
of Recent Result