第4章　新しい重力理論と宇宙論

この章では新しい量子重力の理論を紹介し，またそれに基づいた宇宙論を解説して行きたい．従って，この章は少し難しくなっているかも知れない．とはいっても，この解説は到底厳密とはいえないレベルなので，もっとしっかりした物理の内容は参考文献を読んで理解してもらう事としよう．

4.1　新しい量子重力の理論

重力の量子論を作るという事は何を物理的には意味しているのかをまず考える必要がある．最も基本的な意味は明らかである．それは，まずは，重力ポテンシャルがある時の Dirac 方程式をどのように書けるかという事である．これがすべての出発点になる．逆に言えば，これさえも出来なかったら，それ以上の重力理論を考える物理的な意味は無い．

しかしながら，現在良く使われている量子重力は重力場の量子化という意味を含み，そちらの方がより本質的であると考えている物理屋が多いように見受けられる．ところが，一般相対論は重力場に対する方程式ではなく，計量テンソルに対する方程式であり，そもそもその物理的な意味が不明である．その物理的に不明瞭な場の量を量子化するといっても，なんの事かわからないのは当然である．まずは量子重力に関してその物理を明確にして行こう．そしてそのためには，粒子間の重力ポテンシャルを与える Lagrangian 密度を求めてこの Lagrangian 密度からの Lagrange 方程式から重力ポテンシャル中での粒子の運動を記述する Dirac 方程式を求めるという事が，最も重要な課題となっている．

さらには，重力ポテンシャル中での新しい Dirac 方程式が求められた事に対して，その非相対論的な極限の方程式を求め，それを古典力学の方程式に持って行く作業を実行する必要がある．実際，このようにして Newton 方程式を求めたところ，新しい重力として付加ポテンシャルを含めた重力ポテンシャルは

$$V(r) = -\frac{GmM}{r} + \frac{1}{2mc^2}\left(\frac{GmM}{r}\right)^2 \tag{4.1}$$

と求められる．この第２項である重力付加ポテンシャルが水星の近日点移動，GPS 衛星の遅れ，そして地球の公転によるうるう秒の是正の問題をすべて解決している．また，この重力付加ポテンシャルは長い間，Newton 方程式のなかで議論されてきた重力ポテンシャルを修正した新しいポテンシャルとなり，これは１９世紀半ば以来の変更と言えるものと考えられる．

ここで注意しておきたい事が一つある．歴史的に言って相対論的効果を最初に具体的に検証したのは，Michelson-Morley の実験である．この場合，地球上で観測できる最も速いものは地球の公転速度であり，Michelson-Morley はこれを利用して光の速度が地球の公転速度の影響をどのように受けるかを検証したわけである．結果は良く知られているように，光速は地球の公転速度の影響を受けていなく，光速不変の法則へと発展して行くのである．この時の相対論的効果は

$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 \sim 1.0 \times 10^{-8} \tag{4.2}$$

である事が光速 c と地球の公転速度 v を入れれば求められる．一方，水星の近日点移動 ($\Delta\omega/\omega \sim 5 \times 10^{-8}$) も地球の公転によるうるう秒の効果 ($\Delta T/T \sim 2 \times 10^{-8}$) も，ともに丁度，相対論的効果の大きさそのものである．従って，直感的に言ってもこれらの効果が相対論的な重力付加ポテンシャルによって再現される事は，至極当然の事と納得できるものである．

4.1.1　古典場と量子場

場の理論を考える時，その場が普通の関数 ($c-$ 数) である場合を古典場という．例えば，Schrödinger 方程式を考える時，状態 $\psi(t, \boldsymbol{r})$ を波動関数と呼んだり状態関数と呼んだりする．この $\psi(t, \boldsymbol{r})$ は座標 $(t, \boldsymbol{r})$ によっている事からわかるように「場」そのものである．しかし，この $\psi(t, \boldsymbol{r})$ は関数ではあるが，オペレータではない．このように場が $c-$ 数の関数である時，古典場であるという．これは勿論，量子場を考えているから，古典場という言葉を使っているが通常の波動関数の事である．

それではどのような時に量子場を考える必要があるだろうか？これは電磁場で考えるとわかり易い．Maxwell 方程式に出てくる電場と磁場は古典場である．この式の中では，場を量子化する必要がない．しかしながら，水素原子において，電子が $2p_{\frac{1}{2}}$ の状態から $1s_{\frac{1}{2}}$ へ遷移する時，光が放出される現象が知られている．これは，電磁場の理論の立場からすると光が全く存在しない状

態から，突然光が生まれてくる事に対応している．これは，光が真空から作られるという事を理論の中に組み入れる必要がある事を示しているものであり，これは場がオペレータになる事を意味している．この様に，場が出来たり消えたりする状態を生成・消滅演算子により記述する事を「場の量子化」と言う．現在までのところ，実験を記述するために場を量子化したという事以上には，理論的にわかっているとは言えないが，同時にこの手法により現象を記述した場合，それと矛盾する実験はまだ見つかっていなく，理論的な整合性は十分であると考えて良い．

4.1.2 重力を含む Lagrangian 密度

電子と電磁場の相互作用を記述する Lagrangian 密度は，現代物理学の最も大きな成功を収めた理論である．場の量子化まで考慮した量子電磁力学は，現在までの全ての実験と矛盾する事はなく，極めて信頼性の高い理論体系となっている．

重力を入れた理論を考える時，当然の事として，最も信頼されている量子電磁力学の理論体系に何とかこの重力の相互作用を組み入れる事が自然な事であると考えられる．この場合，出発点として重要な事は，重力場を考える場合，これはゲージ理論では不可能であるという事である．その理由は簡単で，ゲージ理論だとその理論が持っている特性として，粒子間の相互作用は必ず斥力と引力の両方が現れてしまい引力だけが必要な重力理論には適していない．

それでは重力場はどんな場であったら常に引力を与えるのであろうか？この答えは，非常に簡単である．すなわち，重力の場が「スカラー場」であれば，その場を媒介とした相互作用は常に引力になっている．ここで，具体的な Lagrangian 密度を書いておこう．質量 m を持つ質点 ψ が電磁場 A_μ と重力場 $\mathcal{G}$ と相互作用する場合の Lagrangian 密度は

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu \partial_\mu \psi - e\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu \psi - m(1+g\mathcal{G})\bar{\psi}\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\upsilon\mu\nu} + \frac{1}{2}\partial_\mu \mathcal{G}\ \partial^\mu \mathcal{G} \quad (4.3)$$

と与えられている．ここで $\mathcal{G}$ は質量のないスカラー場となっている．この Lagrangian 密度をしっかり理解する事はそれ程やさしいとは言えないが，しかし専門的に研究して計算をする事以外は，読み飛ばしても全く問題ない．

それでは人々は何故このスカラー場による重力を考えなかったのだろうか？その答えは，恐らくは，スカラー場だと，繰り込みが出来ないと思い込んでいた事が主因であろうと思われる．さらには，繰り込みと関係しているわけだ

が，この数十年間，人々は基本的な相互作用の形はゲージ理論であるべきであるという根拠のない「信奉」に振り回されていたのである．量子電磁力学による繰り込み理論が大きな成功を収めたため，量子電磁力学の基礎であるゲージ原理が本質的であると思い込んだ節がある．ゲージ原理自体は単に数学的なものであり，確かに物理にそれを応用して，特に量子電磁力学では予想以上に上手く行った事は事実である．しかしだからといって，ゲージ原理が何処でも一般的に通用するかどうかは，全く別次元の問題であり，それはそれこそ実験によって決定されるべき物である．

この繰り込み理論に関しては第５章でもう少し詳しく議論する事になるが，物理的な観測量に log 発散がでてきたらそれはその理論形式が健全ではない事を意味している．どう考えてみても，観測量に発散が出たら，これはやはり理論的な枠組みの何処かに欠陥があると考えるべきである．その発散を自己エネルギーの発散を利用して「波動関数に繰り込む」と言う繰り込み理論の処方箋には無理があるという気がしている．恐らくは，発散が出るのは自己エネルギーだけであり，これは観測量ではないので気にする必要は無い．そして，観測量は正しく計算したらすべて有限量として求められるべきである．ここで繰り込み理論について一つだけ注意しておこう．物理的に言って，電子やフォトンの自己エネルギーが発散して無限大になっても，これらは観測量ではないので全く問題ない．ところが，場の理論の教科書において人々はこの自己エネルギーの発散を常に問題視していて，これを何とか処理しようとする試みが教科書では紹介され，解説されている．特に，質量の繰り込みという物理的には意味がないと考えられる問題も議論されている．尤も，今，繰り込み理論を勉強している物理の院生からしたら「質量の繰り込みのどこがいけないのですか？」と質問されそうである．これに答えるには，まず,「電子の自己エネルギーはある物理過程を計算した結果」であることを説明することになるだろう．電子がフォトンを放出して直ちにその同じフォトンを吸収するという過程である．その後，人々はこの自己エネルギー計算の結果をまた元の Lagrangian 密度に足す作業をしている．しかしある物理過程として計算した自己エネルギーを Lagrangian 密度に何故，付け加えてよいのかという物理的な理由を述べることは誰もできていない．人々は２次の摂動計算ででてきた無限大を打ち消すために，カウンター項として導入すると説明するが，自己エネルギーが無限大になっても誰も困らないのである．しかし人々はそれが繰り込みの手法であると主張しているが，しかしこれはかなり無理な計算過程である．繰り込みの処方箋自体がそのトリックとして数学的には良いのかも知れないが，物理的には正当化できない作業を重ねていることがわかる．

4.1.3 重力場の方程式

上記の Lagrangian 密度が決められると，重力場に対する方程式は Lagrange 方程式から求められる．この方程式は時間によっている方程式になっているが，外場である物質場が時間によらない場合は，一般に静的近似をする事が出来る．この場合，重力場 $\mathcal{G}_0$ に対する方程式は

$$\boldsymbol{\nabla}^2\mathcal{G}_0 = mg\rho_g \tag{4.4}$$

と求められる．この時，$m\rho_g$ は物質の密度に対応する．結合定数 g は重力定数と $G = \dfrac{g^2}{4\pi}$ により結びついている．これは，基本的には重力場に対する Poisson 型方程式になっていて，確かに観測されている重力場を再現できている．

4.1.4 重力場中の Dirac 方程式

上記の Lagrangian 密度から質量 m の質点に対して，重力場とクーロン力がある時の Dirac 方程式は

$$\left[-i\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{\alpha} + m\beta\left(1+g\mathcal{G}\right) - \frac{Ze^2}{r}\right]\Psi = E\Psi \tag{4.5}$$

と求められる．ここで重力場が質量 M の原子核によって作られるとするならば

$$\left[-i\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{\alpha} + \left(m - \frac{GmM}{r}\right)\beta - \frac{Ze^2}{r}\right]\Psi = E\Psi \tag{4.6}$$

となり，前章で議論した重力場中の Dirac 方程式が得られた事になっている．これは非常に重要な方程式になっている．基本的な Lagrangian 密度から質点に対する重力場下での Dirac 方程式が初めてしっかりと求められたことになる．電子や陽子などの素粒子に対してこの重力場中の Dirac 方程式が重要になるような現象はそれ程無いかも知れない．可能性としては中性子星の表面での粒子の運動が相対論的になればあるいは必要になるかも知れない．しかし，後で見るように，この式を非相対論に直し，それを古典論に持って行くとこの時初めて重力場中での Newton 方程式が Dirac 方程式から矛盾無く求められた事になっている．

4.2　光と重力場の相互作用

上記の Lagrangian 密度は光と重力が相互作用する可能性を示している．実際，光とフェルミオンの真空偏極を考慮し，この真空偏極しているフェルミオンが重力と相互作用する Feynman グラフの４次の項を考えると，確かに光が重力と相互作用する事が証明出来るものである．ここで重要な点は，重力とフェルミオンの相互作用が重力と反フェルミオンの相互作用と同じ符号になると言う事である．通常の QED を考えた時は，光により真空偏極したフェルミオンと反フェルミオンはゲージ粒子と相互作用すると符合が反対になり，お互いに打ち消し合い結果的にゼロになってしまうのである．この点が重力との本質的な相違であり，従って重力と光が相互作用するのである．

この４次の Feynman グラフの計算で驚く事は，見かけ上このグラフは Log 発散する様に見えるが，実際には有限で値が求まるのである． Log 発散に対応する項は，劇的にそしてキネマティカルに打ち消し合い有限項のみが残る．この辺の事情は $\pi^0 \to 2\gamma$ の Feynman グラフの計算をした事がある人は直ちに理解できる事である．ちなみに，この $\pi^0 \to 2\gamma$ の Feynman グラフの計算法は西島和彦の教科書「Fields and Particles」に大変丁寧に書いてあるので，一読してみる価値が十分あるものである．

4.2.1　光と重力場の相互作用の検証

この光と重力場の相互作用による物理的な効果はどの様に検証できるのであろうか？光と重力の相互作用による散乱断面積は

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha_g^2}{16k^4 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \tag{4.7}$$

と書かれている．ここで，k と M は光子の運動量と重力中心の質量を表している．また，α_g は

$$\alpha_g = \frac{G\alpha m_t^2 M}{2\pi} \tag{4.8}$$

と定義されている．光と重力場の相互作用を検証するために一番良いと思われることは２つの衛星間にレーザーを飛ばして，その光が地球重力により散乱される時の散乱断面積を測定する事であると思われる．これは，不可能な実験ではないと考えられるが，より良い実験に関しては今後の課題である．

4.3 重力場中の Dirac 方程式の非相対論極限

重力場中の粒子に対する Dirac 方程式が

$$\left[-i\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{\alpha}+\left(m-\frac{GmM}{r}\right)\beta\right]\Psi=E\Psi \tag{4.9}$$

と求められた事より，その非相対論極限の方程式を求めて，それから新しい Newton 方程式を求める必要がある．この事により，重力ポテンシャルも変更を受ける事になる．そして新しく求められた重力付加ポテンシャルが水星の近日点移動と GPS 衛星の軌道の時間の遅れが矛盾なくに説明される事がわかるのである．さらには，地球の公転における遅れ具合も重力付加ポテンシャルは 0.621 秒/年 と予言しているが，これははうるう秒として観測されてきた観測値 0.625 秒/年 とぴったり合うのである．さらに月の後退が観測されているが，月の運動も当然，重力付加ポテンシャルの影響を受けており，実際，月の後退の観測値が理論計算と良く一致している事がわかるのである．

4.3.1 Foldy-Wouthuysen 変換

重力場中の Dirac 方程式の Hamiltonian は

$$H=-i\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{\alpha}+\left(m-\frac{GmM}{r}\right)\beta \tag{4.10}$$

で与えられる．この Hamiltonian を Foldy-Wouthuysen 変換して，非相対論的な Hamiltonian を求める事は難しい事ではない．この Foldy-Wouthuysen 変換はユニタリー変換なので，常に信頼できるものである．その結果だけ書くと，

$$H=m+\frac{\boldsymbol{p}^2}{2m}-\frac{GmM}{r}+\frac{1}{2m^2}\frac{GmM}{r}\boldsymbol{p}^2-\frac{1}{2m^2}\frac{GMm}{r^3}(\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{L}) \tag{4.11}$$

となる．興味があるのは，古典近似をした後のポテンシャルなので，因数分解仮説

$$\left\langle\frac{1}{2m^2}\frac{GmM}{r}\boldsymbol{p}^2\right\rangle=\left\langle\frac{1}{2m^2}\frac{GmM}{r}\right\rangle\left\langle\boldsymbol{p}^2\right\rangle \tag{4.12}$$

は，良い近似である．さらに，Virial 定理

$$\left\langle\frac{\boldsymbol{p}^2}{m}\right\rangle=-\left\langle V\right\rangle \tag{4.13}$$

を用いると最終的な重力ポテンシャルは

$$V(r) = -\frac{GmM}{r} + \frac{1}{2mc^2}\left(\frac{GmM}{r}\right)^2 \tag{4.14}$$

となる．第2項が新しい重力の補正項でありZeeman効果と導出が似ているが、これを重力付加ポテンシャルと呼ぼう．電磁場の場合，クーロン力ではこのような非相対論の極限で新しい項は出てこないが，重力はスカラーで入っているので，このような新しい項が現れたのである．電磁場の場合ベクトルポテンシャルの部分は非相対論の極限をとると新しい項が現れてくる事は良く知られているが，重力の補正項もこれと似ていて新しい項が現れてくるのである．

4.3.2 相対論的なNewton方程式

最近の研究(半澤・藤田論文)により，Dirac方程式から相対論的なNewton方程式が直接求められる事が分かっている．この結果だけを書いておこう．

$$\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = e\boldsymbol{E} + e\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B} - \frac{m}{E}\boldsymbol{\nabla}\left(-G\frac{mM}{r}\right) \tag{4.15}$$

ここで E は粒子のエネルギーであり，この式は粒子が散乱状態の場合にのみ正しい式であり，束縛されている場合には使えないものである．E は粒子のエネルギーであり $E = \sqrt{\boldsymbol{p}^2 + m^2}$ と書かれている．ここで $E \simeq m$ と近似すると方程式は

$$\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} \simeq e\boldsymbol{E} + e\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B} - G\frac{mM}{r^3}\boldsymbol{r} \tag{4.16}$$

となり，通常の重力ポテンシャルに対応している．もう少し近似を上げると非相対論の場合，$E = m + \dfrac{\boldsymbol{p}^2}{2m} + \cdots$ と展開されるため，重力ポテンシャルに新しい重力付加ポテンシャルが現われる事がわかり，これは基本的には束縛状態の重力付加ポテンシャルに対応している．

4.4　重力付加ポテンシャルによる周期のズレ

重力ポテンシャルはNewton以来，約２５０年間に渡り $V(r) = -G\frac{Mm}{r}$ という形で使われてきている．この重力ポテンシャルに新しい重力付加ポテンシャルがついたらどのような影響が出てくるのかと言う問題は非常に興奮する問題である．以下において，この重力付加ポテンシャルが水星の近日点移動，GPSの時間の遅れ問題，地球の公転によるうるう秒の問題そして月が後退している問題にどのような影響を与えるのかと言う事を議論して行こう．ここで新しい重力項が

$$V(r) = -\frac{GmM}{r} + \frac{1}{2mc^2}\left(\frac{GmM}{r}\right)^2 \tag{4.17}$$

と表せられたことは重要な意味を持っている．Newton 方程式は

$$m\ddot{r} = -\frac{GmM}{r^2} + \frac{\ell^2}{mr^3} + \frac{G^2M^2m}{c^2r^3} \tag{4.18}$$

となっている．この式を解く事は簡単であるが，その前にいくつか物理量を定義しておく．まず，新しく角運動量 L を

$$L^2 \equiv \ell^2 + \frac{G^2M^2m^2}{c^2} \tag{4.19}$$

と定義する．但し，力学的な保存量は ℓ である事に注意する必要はある．さらに角速度 ω と R を

$$\omega \equiv \frac{\ell}{mR^2}, \qquad R \equiv \sqrt{ab} = \frac{\ell^2}{GMm^2(1-\varepsilon^2)^{\frac{3}{4}}} \tag{4.20}$$

と定義する．ここで a, b および ε は長軸半径，短軸半径そして離心率を表すが観測量に現われるのは R である．また，ω と関係して

$$\Omega^2 \equiv \omega^2 + \frac{G^2M^2}{c^2R^4} = \omega^2\left(1 + \frac{G^2M^2}{c^2R^4\omega^2}\right) \equiv \omega^2(1+\eta) \tag{4.21}$$

と定義する．ここで η は

$$\eta = \frac{G^2M^2}{c^2R^4\omega^2} \tag{4.22}$$

である．この時，軌道を与える式は直ちに解けて

$$r = \frac{A}{1 + \varepsilon\cos\left(\frac{L}{\ell}\varphi\right)} \tag{4.23}$$

となる．ここで A と ε は

$$A = \frac{L^2}{GMm^2}, \quad \varepsilon = \sqrt{1 + \frac{2L^2E}{m(GmM)^2}} \tag{4.24}$$

で与えられる．物理的な観測量は $\dot{\varphi} = \frac{\ell}{mr^2}$ を周期 T に渡って積分する事により得られる．

$$\frac{\ell}{m}\int_0^T dt = \int_0^{2\pi} r^2 d\varphi = A^2 \int_0^{2\pi} \frac{1}{\left(1 + \varepsilon\cos\left(\frac{L}{\ell}\varphi\right)\right)^2} d\varphi \tag{4.25}$$

これは直ちに計算されて

$$\omega T = 2\pi(1+2\eta)(1-\varepsilon\eta) \simeq 2\pi\{1 + (2-\varepsilon)\eta\} \tag{4.26}$$

となる．ここで ε は十分小さいと仮定しているが厳密解も知られている．この事より，新しい重力項により引き起こされる効果は周期が少しずれる事を表していて

$$\left(\frac{\Delta T}{T}\right)_{th} \simeq (2-\varepsilon)\eta \tag{4.27}$$

と書くことが出来る．この式から分かるように周期が増えており，これは確かに時間の遅れに対応している．ここで式 (4.26) は $\left(\frac{\Delta\omega}{\omega}\right)_{th} \simeq (2-\varepsilon)\eta$ と書いて角速度 ω の進みと見る事も可能である．しかし，物理的に計算されたのは周期であり，角速度の進みは便宜上の表現である．

• 水星の近日点移動：　水星の近日点移動の問題はアインシュタインがその解決を一般相対論により試みた事でもよく知られている．実際には一般相対論だと観測値を正しく再現する事は出来ないが，水星の近日点移動の観測値がよく知られた重力より他に何かあるという事を示唆していた事は間違いない．

• 水星の近日点移動の観測値：　水星の近日点移動の観測値はもともとは角速度 ω の進みとして測定されたものと考えられている．それを角度のズレとして現在使われているため，色々な意味での混乱が生じている．これまで通り角度のズレとした場合

$$\Delta\theta \simeq 42\,'' \ \ \text{per} \ \ 100 \ \text{year}$$

となっている．水星の周期は 0.24 年である事から，一周回る毎での近日点移動比 $\delta\theta$ は

$$\delta\theta \simeq \frac{42}{3600} \times \frac{1}{360} \times \frac{0.24}{100} \simeq 7.8 \times 10^{-8} \tag{4.28}$$

となる．これは角速度 ω で測定されたとしたならば，このズレは角速度 ω の進みに対応している．その意味で人々は水星の近日点移動を進みと解釈したものと考えられる．一方，理論計算では

$$\eta = \frac{G^2M^2}{c^2R^4\omega^2} \simeq 2.65 \times 10^{-8} \tag{4.29}$$

となる．ここで，水星の軌道半径と太陽質量は

$$R = 5.73 \times 10^{10}\ \mathrm{m}, \quad M = 1.989 \times 10^{30}\ \mathrm{kg} \tag{4.30}$$

である事を用いている．これより理論の近日点移動比 $\delta\theta_{th}$ は

$$\delta\theta_{th} \equiv \left(\frac{\Delta\omega}{\omega}\right)_{th} \simeq 4.8 \times 10^{-8} \tag{4.31}$$

となり，観測値と良く一致することがわかる．実際，水星の近日点移動の観測値が１００年間における移動の観測値である事を考えれば，この理論と実験の一致は非常に良いものであると言えよう．

4.5 GPS 衛星周期のズレ

GPS(Global Positioning System) 衛星に対する新しい重力ポテンシャル項の影響はかなり大きい事がわかる．従って，これは必ず GPS 衛星により明確に検証できるはずである．GPS 衛星は地球の周りを一日に 2 回周回している様に軌道が設定されている．従ってその周期は半日である．GPS 衛星の場合，軌道半径 R，地球の質量 M それと角速度 ω は知られていて，それぞれ

$$R = 2.6561 \times 10^7\ \mathrm{m}, \quad M = 5.974 \times 10^{24}\ \mathrm{kg}, \quad \omega = 1.4544 \times 10^{-4} \tag{4.32}$$

である．これより

$$\left(\frac{\Delta T}{T}\right)_{theory} = 3.38 \times 10^{-10} \tag{4.33}$$

となり，この分だけ周期が長くなっている．このため，Newton 軌道から推測した時間からはこれに対応する時間だけ遅れる事になる．

• **GPS 衛星時計の遅れ：**　衛星側の内蔵時計では毎秒 100 億分の 4.45 秒を遅れとして補正されている事が知られている [8]．これは

$$\left(\frac{\Delta T}{T}\right)_{GPS} = 4.45 \times 10^{-10} \tag{4.34}$$

に対応している．但し，衛星の時計をこの量だけ遅らせたのは一般相対論の効果とされているが，その計算の理論的根拠は不明である．通常の一般相対論による周期のズレの計算では $(\frac{\Delta T}{T})_{GR} \simeq 0.10 \times 10^{-10}$ となり，これよりもはるかに小さい値である．それにもかかわらず，この内蔵時計で採用されている遅れの値 (100 億分の 4.45 秒) は式 (4.33) の値より３割程大きいだけであり，確かに大雑把な遅れをうまく表現している．しかしながら詳細に見ると補正量が３割程大きすぎるため，地上でも補正せざるを得ないものとなっている．現実問題として，地上の基地局では多少の地上補正をしていると言われているが，地上での補正がどの程度なのかの具体的な数値は明らかにされてはいない．

• **GPS 衛星軌道のズレ：**　今，GPS 衛星の角度のズレの式は $\Delta\theta = 2\pi(2-\varepsilon)\eta$ である．これより１年間で GPS 衛星のズレを地上に対応するものとして測ったとすると $\Delta\ell_{GPS\ (one\ year)} = \Delta\ell \times 2 \times 365.25 \simeq \boxed{9.93\ \ \mathrm{m}}$ だけ遅れる事になる．サイエンスとしてみると，GPS 衛星の軌道が Newton 軌道からどれだけズレるかをきちんと測定する事が大切であり，その事は GPS 衛星の情報を総合的に検証する事ができれば，現在でも十分可能な事である．

4.5.1　静止衛星 (GSS, Geostationary Satellite) 周期のズレ

静止衛星の場合，軌道半径 R，地球の質量 M それと角振動数 ω はそれぞれ

$$R = 4.216 \times 10^7\ \mathrm{m},\quad M = 5.974 \times 10^{24}\ \ \mathrm{kg},\quad \omega = 7.29 \times 10^{-5} \tag{4.35}$$

である．これより

$$\left(\frac{\Delta T}{T_0}\right)_{theory} = 2.115 \times 10^{-10} \tag{4.36}$$

となり，この分だけ周期が長くなっている．従って，１年では

$$\Delta T_{one\ year} = 6.675 \times 10^{-3}\ \ \mathrm{s} \tag{4.37}$$

となっている．今，地上でみたらこの GSS がどれだけずれるかの計算を行う．１周期あたりの GSS の角度のズレは

$$\Delta\theta = 2\pi \times (2-\varepsilon)\eta = 1.330 \times 10^{-9} \tag{4.38}$$

である．よって１周期あたりに GSS が地上でずれる距離は

$$\Delta\ell = \Delta\theta \times R_e = 8.47 \times 10^{-3} \ \ \mathrm{m} \tag{4.39}$$

これより１年間で GSS が地上でずれる距離は

$$\Delta\ell_{GSS\ (one\ year)} = \Delta\theta \times R_e \times 365.25 \simeq 3.09 \ \ \mathrm{m} \tag{4.40}$$

であり，この分だけ遅れる事になる．これは静止衛星の軌道が１年間で

$$\Delta\ell_{GSS\ (one\ year)} = \Delta\theta \times R \times 365.25 \simeq 20.4 \ \ \mathrm{m} \tag{4.41}$$

だけずれる事を意味している．

静止衛星側の内蔵時計の補正が行われているかどうかわからないが，もし毎秒 100 億分の 2.12 秒の遅れが補正されていれば地上での補正は不要である．ただし，静止衛星の場合，そのデータを送信する事が目的なので，内蔵時計の補正は恐らくはそれ程必要ではないものと考えられる．

4.5.2　地球の公転の遅れ – うるう秒

水星の近日点のズレばかりにこれまでの物理的な興味がもたれてきたが，水星が Newton 方程式の予言よりも少しずれて回転するならば，当然，地球も同様に公転がずれてくるはずである．実は地球の公転のズレもそれ程水星と比べて小さいわけではない．実際,

$$\eta = \frac{G^2M^2}{c^2R^4\omega^2} \simeq 0.992 \times 10^{-8} \tag{4.42}$$

である．ここで

$$R = 1.496 \times 10^{11}\ \mathrm{m}, \quad M = 1.989 \times 10^{30}\ \mathrm{kg}, \quad \omega = 1.991 \times 10^{-7} \tag{4.43}$$

を用いている．これより周期のずれは

$$\left(\frac{\Delta T}{T}\right)_{th} \simeq (2-\varepsilon)\eta \tag{4.44}$$

で与えられる．従って１年間における地球公転周期は

$$\Delta T_{Orbital\ \ Motion} = 0.621 \ \ \mathrm{s/year} \tag{4.45}$$

だけ大きくなっているため，これは確かに遅れになっている．従って，この事はうるう秒の補正が必要である事を示している．実際，うるう秒の補正は１９７２年６月から始まりこれまで４０年間に２５秒補正している．従って１年間での観測値は

$$\Delta T^{Obs}_{Orbital\ \ Motion} \simeq 0.625 \pm 0.013 \ \ \mathrm{s/year} \tag{4.46}$$

である．これは式 (4.45) の理論値と完全に一致している．

このうるう秒の起源は地球の公転運動から Newcomb が定義した正確な秒時間と原子時計による精密測定による秒時間が少しずれているという事からきている [9]．すなわち Newtonian 時間がほんの少しだけずれてしまうという事であり，これはそのまま重力付加ポテンシャルの影響そのものである事がわかる．

4.5.3　うるう秒年代測定

地球の公転がこれまで考えてきたよりも１年間で 0.62 秒遅く太陽の周りを回っていると言う事は当然古い建築物の年代測定に応用する事が出来る．ピラミッドとか石造の古い建物はしばしばその建物のある場所が特別に作られている．例えば，春分の日に太陽がある場所に来るように作られている場合が良くある．その場合，現在の春分の日における太陽の場所と比較すれば，その建築物が建造された年代がかなり正確にわかる事になる．１０００年間で 10.3 分程度遅れているはずだから，割合簡単に年代測定が可能であると考えられる．

4.5.4 月の後退

月も重力付加ポテンシャルの影響を受けている．ここでは，このズレの量が月の軌道の後退と関係している事を示し観測量と比較しよう．実際，月は１年間に 3.8 cm 後退している事が観測されている．

- **月の軌道のズレ：** 月の軌道の場合もズレを表す式はおなじである．ここで η は

$$\eta = \frac{G^2M^2}{c^2R^4\omega^2} \tag{4.47}$$

である．この式で G と c は重力定数と光速，M は重力中心の質量（ここでは地球の質量），R は軌道半径である．また ω は角振動数で Newton 周期 T_0 と

$$\omega = \frac{2\pi}{T_0} \tag{4.48}$$

と結びついている．月の場合，軌道半径 R_m，地球の質量 M それと角振動数 ω はそれぞれ

$$R_m = 3.844 \times 10^8 \ \ \mathrm{m}, \quad M = 5.974 \times 10^{24} \ \ \mathrm{kg}, \quad \omega = 2.725 \times 10^{-6} \tag{4.49}$$

である．これより

$$\frac{\Delta T}{T_0} = 2.14 \times 10^{-11} \tag{4.50}$$

となる．今，月がその軌道からどれだけずれるかの計算を行う．角度のズレの式は

$$\frac{\Delta\theta}{2\pi} = \frac{\Delta T}{T_0} = (2-\varepsilon)\eta \tag{4.51}$$

だから，今の場合の軌道のズレ $\Delta\ell_m$ は１周期につき

$$\Delta\ell_m = R_m\Delta\theta \simeq 0.052 \ \ \mathrm{m} \tag{4.52}$$

となる．よって１年間で月のズレは

$$\Delta\ell_{m\ (one\ \ year)} = \Delta\ell_m \times \frac{3.156 \times 10^7}{2.36 \times 10^6} \simeq 69.5 \ \ \mathrm{cm} \tag{4.53}$$

だけ軌道が遅れる事になる．

• 月の後退: 観測量：　月の軌道は楕円なのでこの軌道のズレは後退したように見える部分がある．軌道の式は

$$r = \frac{R_m}{1+\varepsilon\cos\theta} \tag{4.54}$$

で与えられるとして十分である．今，月の場合，離心率 ε は十分小さいので上の式を ε で展開すると

$$r \simeq R_m(1-\varepsilon\cos\theta) \tag{4.55}$$

となる．従って，軌道のズレ Δr は $\theta \simeq \frac{\pi}{2}$ の時を見ると１年間では

$$\Delta r \simeq R_m \Delta\theta\ \varepsilon \simeq \Delta\ell_{m\ (one\ year)}\ \varepsilon\ \simeq\ 3.8\ \ \mathrm{cm} \tag{4.56}$$

となっている．一方，月の後退の観測値 Δr_m^{obs} は

$$\Delta r_m^{obs} \simeq 3.8\ \ \mathrm{cm} \tag{4.57}$$

と観測されている．これは計算値と良く一致している．

この月の後退の測定はドップラー効果を用いた場合，この精度で可能であると思われる．しかし，月と地球の絶対距離の測定から 3.8 cm を求める事は不可能である．それは光速の精度が

$$c = (2.99792458\ \pm 0.000000012) \times 10^8\ \ \mathrm{cm/s} \tag{4.58}$$

であり，８桁の精度しかないのであるが，月と地球の絶対距離 $R_m = 3.85 \times 10^8$ m と比べて $\Delta r_m^{obs} \simeq 3.8$ cm は１０桁目であるため直接測定は不可能である．

また，もし本当に月が後退しているとしたらエネルギー保存則が局所的にせよ破れる事に対応している．月の運動の全エネルギーを E とした場合，エネルギーのズレ ΔE は

$$\Delta E \simeq -2E\frac{\Delta r_m}{R_m} \tag{4.59}$$

となり，E が負である事から，エネルギーが増える事に対応している．しかも破れているレベル δ が $\delta \sim 10^{-10}$ では物理的に到底容認できる事ではない．

4.6　一般相対論の予言

ここでは一般相対論が物理的観測量として予言している水星の近日点移動の問題を議論して行こう．実際，観測量と比較した場合，一般相対論の予言値はその観測値を再現できない事をここで示すことになる．これまで一般相対論関係の教科書では，水星の近日点移動の観測値が３桁の精度で再現できるものとして紹介されている場合がある．しかし実際は観測量を計算する過程で物理的に正当化できない手法を用いているので，そのことに関してもきちんと解説しておく必要がある．

さらに決定的に重要な観測量として，うるう秒の問題がある．水星の近日点が移動するならば，当然，地球もそれに応じた変化をするべきである．この当然の事が，現代技術の進歩，特に正確な時間測定の長足な進歩により，測定されてきた事は意味深いものがある．実際，地球の近日点移動と同じ現象がうるう秒として非常に正確に観測されていたのである．しかも，この地球の公転の遅れの観測量は新しい重力理論によって完璧に再現されるのに対して，一般相対論の予言では全く再現できていない．これは明らかで，一般相対論のこれまでの計算では，軌道が円の場合，そもそも近日点が存在しないため，近日点移動を計算することができないのである．しかし，実際問題としては，近日点移動も観測量と関係するためには周期を計算する必要がある．理論と実験を比較するためには，何が観測量かという問題をしっかり理解することが最も重要である．さらに，この地球のうるう秒の問題に加えて，GPS 衛星の周期のズレの問題もあり，この問題も次章で議論して行こう．

4.6.1　一般相対論と観測量

一般相対論を応用して，実際の観測量と結び付けようとする作業はこれまで沢山なされてきている．ここではその解説を簡単にして行こう．まずは一般相対論が古典力学の方程式に与える影響を評価する事が最も大切である．実は，この記述はブラックホールの予言の問題と密接に関係している．従って，まずはこの一般相対論が予言する高次の効果として，一般相対論による付加ポテンシャルの問題から解説して行こう．

4.6.2　一般相対論による付加ポテンシャル

一般相対論の効果を近似的に無理やり付加ポテンシャルで表すとその付加ポテンシャルを加えた重力ポテンシャルは

$$V(r) = -\frac{GMm}{r} - \frac{3}{mc^2}\left(\frac{GmM}{r}\right)^2 \tag{4.60}$$

となる．但し，一般相対論の高次項はポテンシャルでは書けないと言われることがある．しかしながら，もしそのことが事実だとしたら，それは一般相対論が内部に深刻な問題を含んでいる事を示している．ニュートン方程式は量子論における期待値として求められているので，すでに観測量と直接に結びつくべき方程式である．従って，この方程式に対する如何なる高次の修正効果も必ず，ポテンシャルの言葉で表現される必要がある．

ここでは，人々が主張している φ 依存性の変化分 (後で，式 (4.66) で与えられている) を再現するようなポテンシャルとして上記のポテンシャル (4.60) は求められている．この時，ニュートン 方程式は

$$m\ddot{r} = -\frac{GmM}{r^2} + \frac{L_g^2}{mr^3} \tag{4.61}$$

となっている．ここで，L_g^2 は

$$L_g^2 \equiv \ell^2 - \frac{6G^2M^2m^2}{c^2} \tag{4.62}$$

と定義されている．さらに新しく角速度 Ω_g を

$$\Omega_g^2 \equiv \omega^2 - \frac{6G^2M^2}{c^2R^4} \equiv \omega^2(1-\gamma) \tag{4.63}$$

で定義しておく．ただし，γ は

$$\gamma = \frac{6G^2M^2}{c^2R^4\omega^2} \tag{4.64}$$

である．

4.6.3　重力崩壊

ここで重要な事は，もし L_g^2 の式で右辺の第 2 項が第 1 項よりも大きくなるとこれは重力的に不安定となることである．r が小さい所では必ず引力が勝ってしまい，角運動量でこれまで崩壊を止めていたのに，もはや止める項がなくなり重力崩壊してしまう．これがブラックホールであり，その条件は

$$R \leq \frac{\sqrt{6}GM}{c^2} \tag{4.65}$$

と表されている．式の細かい係数 $(\sqrt{6})$ はこれまでの計算と異なることはあるが，式 (4.65) が基本的には通常言われているブラックホールの条件と確かに一致している．

• **解が存在しない！：**　しかしながらこの場合，式 (4.66) でわかるように，L_g^2 が負であるため軌道の半径 r が負となっていて，これは物理的に意味のある解ではない．従って r が実数では求まらなく，このニュートン方程式には解なしとなっている．ブラックホールの条件 (4.65) を満たさない場合でも，自然界を記述する基本方程式がこのような特異な振る舞いを内包していることは通常ではあり得ない．これはポテンシャル (4.60) におけるニュートン方程式が自然界を記述する方程式ではないことを意味している．

• **相対論的な効果？：**　ここで一般相対論の専門家は「式 (4.65) を満たすような場合でもニュートン方程式が成り立つのか？」と質問して来ると思われる．この場合，確かに相対論的な効果が効いてくる可能性がある．ところが一般相対論は運動力学の方程式ではないので，この力学の問題に関しては初めから全く無力である．この場合は別の新しい相対論的な方程式を構築する必要がある．実はそれこそが量子場の理論に基づいた新しい重力理論なのである [2, 3]．

4.6.4　水星軌道の進み

それでは，この一般相対論による付加ポテンシャルはどのような水星の近日点移動を予言するのであろうか？ ニュートン方程式に対する軌道の解は

$$r = \frac{A_g}{1+\varepsilon\cos\left(\frac{L_g}{\ell}\varphi\right)} \tag{4.66}$$

と書けており，ここで A_g は

$$A_g = \frac{L_g^2}{GMm^2} \tag{4.67}$$

で与えられている．物理的な観測量は前述したように積分量であり，今の場合のニュートン方程式で保存量である角運動量から $\ell = mr^2\dot{\varphi}$ より，

$$\frac{\ell}{m}\int_0^T dt = \int_0^{2\pi} r^2 d\varphi = A^2 \int_0^{2\pi} \frac{1}{\{1+\varepsilon\cos(\varphi(1-\gamma))\}^2} d\varphi \tag{4.68}$$

と積分すれば良く

$$\omega T \simeq 2\pi\{1-(2-\varepsilon)\gamma\} \tag{4.69}$$

が直ちに求められる．しかし一般相対論による付加ポテンシャルで引き起こされる効果は

$$\left(\frac{\Delta\omega}{\omega}\right)_{th} \simeq -(2-\varepsilon)\gamma \tag{4.70}$$

となり角速度の遅れを与えている．これは，一般相対論の予言値が観測値と矛盾している事を明確に示している．この事より，一般相対論は概念的な困難だけでなく，観測量との比較からも正しい理論ではない事が示されている．

4.6.5　これまでの理論計算の予言

それでは，これまでの人達は何故一般相対論の予言値が水星の近日点移動の観測事実を再現できると思ったのであろうか？その答えは簡単である．これまでの理論計算においては，角度のズレだけで観測量と結びつけられると思い込んだ事によっている．水星の軌道を与える式は

$$r = \frac{A_g}{1+\varepsilon\cos\left(\varphi\left(1-\frac{1}{2}\gamma\right)\right)} \tag{4.71}$$

と表された．ここで角度の式には L_g^2 の具体的な式を入れてある．但し，γ は充分小さいとしている．この時，水星の近日点は軌道の式から

$$\varphi\left(1-\frac{1}{2}\gamma\right) = 0 \tag{4.72}$$

で与えられるが，この場合明らかに $\varphi = 0$ となってしまう．そこで人々は

$$\varphi\left(1-\frac{1}{2}\gamma\right) = 2\pi \tag{4.73}$$

が近日点を与えるからと言ってこの式から角度のズレを求めたのである．この場合，確かに

$$\varphi \simeq 2\pi + \pi\gamma \tag{4.74}$$

が求められて，水星の近日点移動が $\boxed{\frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{\gamma}{2}}$ となっている．そしてこの物理量は観測値を良く再現していた．しかし，この式には数学的に明らかな矛盾点がある．それは，φ は常に $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ で定義されているという事である．φ が 2π を超える事はあり得ない事であり，定義されていない．

さらに近日点の問題において，実際には軌道を一周回って初めて近日点がわかることに注意する必要がある．それはすなわち，軌道を一周まわる操作を必ずしなければならない事を意味しており，一周回ると言う事は結局，周期を計算することに対応している．

4.6.6　一般相対論の物理的観測量

それではこれまでの計算結果 (4.74) に対応する正しい観測量はどのように計算したら良いのであろうか？これはやはり周期に対応する量を計算する必要があり，それは

$$\omega T \simeq 2\pi\,(1 + \varepsilon\gamma) \tag{4.75}$$

と求めればよい．従って，この効果は

$$\left(\frac{\Delta\omega}{\omega}\right)_{th} \simeq \varepsilon\gamma \tag{4.76}$$

となり，確かに角速度 ω の進みを与えている．しかしながら，この場合の角速度 ω の進みは離心率 ε に比例しており，水星の近日点も $\varepsilon = 0.2$ であるため，理論値は観測値よりはるかに小さくなる．さらに，GPS 衛星や地球の公転の場合，離心率 ε がほとんどゼロであるため，これだけを取ったとしても，一般相対論は GPS 衛星と地球の観測値を再現できていない事が良くわかるものである．

4.6.7　Feynman の非公開研究ノート

観測量が $\omega T = 2\pi$ からのズレであるという視点は，過去において何人もの物理屋が検証した事と思われる．そのうちの一人は Feynman であり，彼は非公開の研究ノートで同じような計算をしている．しかし Feynman の時代では水星の近日点移動のデータしかなかったので，一般相対論による計算結果が観測値の３分の１でも彼はこの程度でも良いのだろうと思ったようである．実際，観測値自体が非常に古いものであり，またズレの方向が正しい事でもあったので，この段階での結論としては理解できるものである．もし GPS と地球公転の近日点移動のデータがわかっていたら，彼も恐らくは一般相対論を疑った事であろう．ここでこれまでの計算結果を表にまとめておこう．ここで一般相対論としてあげてある数値は式 (4.76) による計算であり，Feynman の予言値もこれと同じである．

近日点移動の観測値と予言値の比較

	水星 $(\Delta\omega/\omega)$	GPS $(\Delta\omega/\omega)$	地球の公転 ΔT
観測値	8.0×10^{-8}	4.5×10^{-10}	$0.625 \pm 0.013 \quad s/year$
新しい重力理論	4.8×10^{-8}	3.4×10^{-10}	$0.621 \quad s/year$
一般相対論	3.3×10^{-8}	0.10×10^{-10}	$0.031 \quad s/year$

このように，観測量をしっかり検証する事は常に重要である事がよくわかる．これまで見てきて明らかになったように，一般相対論はその理論の出発点から問題を含んでおり，さらにその理論模型の予言値は観測値を再現できていない．さらに，次章で見るように量子場の理論による新しい重力理論が発見され，その理論の予言値が観測値を良く再現している．その意味においては，一般相対論は単純に不要な理論となっただけであり，物理学の理論体系からすれば特に影響されることはない事も確かである．

4.7　新しい宇宙論

一般相対論が否定され，通常の場の理論で重力がきちんと理解できるようになったという事は，即，宇宙論に大きな影響をもたらす事は明らかである．この場合，ビッグバンではなくて，全くそれとは異なる宇宙論を考えて行く必要がある．それともう一つ重要な要素がある．それは，光が重力と相互作用するのである．この相互作用は光が真空偏極してその時のフェルミオンが重力と相互作用する Feynman グラフの４次の項としてでてくるものである．従って，強い重力源のところでは，光は散乱する可能性がある．これらの情報をもとにして，新しい宇宙像を考えて行きたい．

4.7.1　コスミックファイアボール

現在，多くの銀河は全体として膨張している事がわかっているが，しかしいずれは必ず重力による引力により引き合い融合する事になる．それが大雑把に何時であるかは，ある程度は計算出来ると思うが，それ程興味のある物理学上の対象にはならないし，あまり興味が湧く事でもない．しかしながら，膨張が止まった段階で，沢山の銀河は少しずつ融合しながら，より大きな銀河団を作って行く事であろう．そしてそれを繰り返す事により，最終的には，２個か３個の大銀河団になって行き，それらが最後の衝突を起こす事になるであろう．その最終的な衝突で作られた物を「コスミックファイアボール」と呼ぶ事にした．このコスミックファイアボールの状態は非常に熱いものになっている事と考えられ，それは恐らくはこれまで考えられて来たビッグバンの状態の内でバリオンと電子の世界になった状態に似ているものと考えている．従って，この場合は最初にヘリウムまでは作られるであろうが，その後はやはり急速に冷えて行き，重い原子核の生成はこのコスミックファイアボールの段階では，作り難いものであると考えても矛盾は無いものと思われる．

4.7.2　前宇宙の残骸

この新しい宇宙論によると，銀河と宇宙の形成は繰り返す事になる．この宇宙の形成は約１５０億年程の昔に大方作られたものと考えられているが，それではその前の宇宙はどうであったのであろうか？恐らくは，今の宇宙の様に沢山の銀河が融合してコスミックファイアボールになったと考えられるが，何か，その爆発の「残骸」に対応するものがあれば，よりわかり易いと思われ

る．その残骸に対応するものとして考えられるものは，やはり銀河の大構造であろう．この銀河の大構造に関する詳しい内容は，宇宙物理学の専門書を参照していただく事にしたいが，銀河団の空間的分布がある所でかなり偏っているという事である．それはまるで壁を作っている様に並んで見える場合が観測されているのである．これは，最終段階の銀河団の衝突の仕方と密接に関係している物と思われる．

それ以外の前宇宙の残骸としてフォトン・バリオン比があるだろう．この事は，第１章でも議論しているが，この宇宙はフォトンの数がバリオン数より大幅に多いが，この理由は物理学では現在までのところ，解明されていない．この宇宙のバリオン数に関しては，恐らくこれは物理の対象にはならないと思っている．つまり，このバリオン数を持つ宇宙が無限に遠い過去からずっとあったと考えるしか他に仕様がない．しかし，フォトンは何時でも作られるので，増える事は確実である．しかしどの様に増え，そしてどの程度がこの宇宙の外に逃げて行くのかは，まだ良くわからない．いずれは，ある程度の計算は出来るかも知れない．

4.7.3　無限の過去・未来と無限の空間

この新しい宇宙論の描像によれば，無限に遠い過去から無限に遠い未来まで同じ事（銀河と宇宙の生成）を繰り返してきたし，また将来も繰り返す事になる．それでは，無限の過去・未来とは一体何なのであろうか？これこそは，確かに永遠の課題であろう．しかし，はっきりしている事は，人間は有限量しか理解出来ないのである．無限と言葉で言っても，実際は何もわかっている訳ではない．数学者に言わせれば，人間は所詮数える事しか出来ないのであるという事になる．そして，脳科学者に言わせれば，人間の脳はせいぜい１兆個の脳細胞により思考しているから，無限の過去・未来を理解する事は不可能であるという事になる．

さらに言えば，空間的にも宇宙は無限であるとしても，なんら矛盾が無い．これまでは，宇宙が無限であるとしたら Olbers のパラドックにより，星の光を全て足すと必ず無限大の光になってしまうから，宇宙が無限では困ると言う事が考えられてきた．この事も人々がビッグバン宇宙論を支持する一つの根拠でもあった．しかしながら， Olbers のパラドックには基本的な仮定として，星が常に一様に分布しているという事がある．この新しい宇宙論の場合，明らかに一つの宇宙がほとんど閉じた形で成立しており，一様性の仮定が成り立っていない．さらに，光が重力と散乱する事より，必ずしも全ての光が遠方

まで届くわけではない．さらに言えば光速は有限速度であり無限の彼方から光が届くには無限の時間が掛かることになっている．従って，この我々の宇宙と同じ様なレベルの大宇宙が他に無限個あったとしても，別に驚く事ではない．ただ，残念ながら我々にはそれ以上理解できないし，また他の大宇宙との相互作用もほとんどゼロに近いであろうから，物理学の対象にはならない事も確かである．それ以上に，人間には無限の空間と言う事を理解する事が出来ない．どんなに想像したとしても，それは所詮有限の空間なのである．

ある意味で，ビッグバン宇宙論はこの宇宙を有限の空間に閉じ込めたいと言う一種の人間の願望があったように思われる．もう少し強く言えば，人間がわからない事はないと言う一つの驕りがあったように思われてならない．確かに，数学的な「無限」は理解し，それをある程度コントロールする事は可能であるかも知れない．例えば，場の理論模型において，熱力学極限の問題で箱の大きさ L を無限大にする事により物理的な観測量と結びつける事が出来るが，この時 L を無限大にするという意味は，その模型にあらわれるあらゆる長さスケールと比べて L が十分大きいと言っている事なのである．しかしながら，自然界での「無限」はどの様に人間が考えてもそれを理解する事は全く不可能な事である．それは，宇宙では比較するべき長さスケール自体が存在しなく，言い換えればその長さスケール自体が無限であったら，もはや理解不能であるという事は誰でもわかる事である．さらに言えば，これは科学の本質と関係している．科学は観測した事実を理解する事がすべてであり，観測出来ない事を理解しようとする事，あるいは理解したいと思う事は，科学ではない．

4.7.4 新しい宇宙像

これまで見てきたように新しい宇宙像とは，沢山の銀河が形成され全体が膨張し続けて行き，その膨張エネルギーを使い果たしたある段階から今度は収縮に転じて行き，いずれはまたコスミックファイアボールになり，爆発して膨張するという現象を繰り返して行くのであろうという物である．この場合，この宇宙に中心はあるのであろうかと言う疑問を持つのは至極当然である．惑星系も銀河系も全てその中心に重い星が存在しているからである．しかしながら，銀河全体を見るに及び，これはむしろ原子核の多体系に近いのであろうと想像できる．原子核の場合，それは陽子と中性子によって作られている．ところがこの物体には中心となるものが存在していない．そのれぞれの核子が平等の役割を果たしていて，原子系のように，その中心に原子核があるという系ではないのである．今の場合，一つの核子からすると，その原子核の中心が何処であ

るかという設問に対しては，どのようにしても答える事は出来ないのである．但し，その原子核全体を見渡す事が出来れば，その中心が大雑把には何処にあるかが，平均値としてわかる事にはなっている．但し，それぞれの核子が動いている限り，実際問題としてその中心を示す事は原理的に出来ない事である．この宇宙全体の中心の問題もこれに極めて近いものであると考えられる．平均したら，この宇宙の中心がどのあたりにあるのかはもし宇宙全体を見渡す事が出来たら，大雑把には議論出来る可能性はある．しかし，宇宙の一部に存在する観測者からこの宇宙の中心を探る事は原理的に不可能である．尤も，それ以上に，この設問がどの程度物理的に意味があるのかはまだ自分には良くわからない．

4.7.5　宇宙の無限性と背景輻射

この我々の宇宙には 2.7 K の背景輻射が存在している．宇宙にこの低エネルギーのフォトンが一様に分布し存在しているとするとこれはかなりのエネルギーになっている．大雑把に言って，すべての物質が持っている宇宙の重力ポテンシャルエネルギーの数%は存在しているものと思われる．この事自体は別に問題ないが，問題はフォトンが我々の宇宙からその外へエネルギーを持ち去っているという事実である．これがたとえ重力ポテンシャルの数%でも，いつかはすべての重力ポテンシャルエネルギーを持ち去ってしまう事は明らかである．

この現象を解釈する模型として大雑把に言って２つ考えられる．１つ目の模型として，我々の大宇宙は爆発と収縮を繰り返し，その度にこの 2.7 K の背景輻射をこの宇宙外に放射して行くというものである．この事により徐々に重力のポテンシャルエネルギーを失って行き，いずれ全く冷えた状態になって行くというものである．この場合は，背景輻射の放出がどこから出ているのかを説明する必要がある．黒体輻射によると考える場合，本当にそれが可能であると言う事を示す必要があり，現在までのところ，まだ正確な模型計算はなされてはいないのが現状である．

もう一つの模型として，我々の大宇宙と同様な宇宙が無限にあると言うものである．この場合，どの宇宙も爆発と収縮を繰り返し，その度にこの 2.7 K の背景輻射を放出すると言う事は同じである．しかしこの場合，2.7 K の背景輻射は宇宙全体に存在するべきものであり，その温度の多少のずれはあるにせよ，基本的には，この電磁波の海の上に我々の宇宙が存在していると言う事になる．この模型の場合，2.7 K の背景輻射を理解する事はそれ程難しくはなく

なるが，しかし，わからない問題を無限空間に押しやったと言われても仕方がない模型である．

これら以外にも，様々な模型がこれから提唱されてゆく事になると考えられる．これは面白い問題ではあるが，同時にどこまで科学になれるかが，模型の焦点になる事であろう．

4.7.6 無限宇宙 (Mugen Universe)

宇宙全体を考える時に，我々と同じレベルの宇宙が無限個あるべきであるという事が理論的に結論される事が分かる．これは物理ではなくお話であるが，少し解説する事にしよう．まず，最初に，宇宙の階層構造を定義しておこう．それは大雑把に以下のように定義するのが合理的であろう．

$$10^{57} \times \mathbf{protons} \ \Rightarrow \mathbf{star} \quad : \quad 10^{12} \times \mathbf{stars} \ \Rightarrow \ \mathbf{galaxy} \quad :$$

$$10^{12} \times \mathbf{galaxies} \Rightarrow \ \mathbf{universe} \quad : \quad \infty \times \mathbf{universe} \Rightarrow \mathbf{mugen} - \mathbf{universe}.$$

ここで一つ問題になる事がある．それは，もし我々の宇宙だけがこの宇宙全体に存在していたとすると，その場合は理論の整合性が取れなくなるのである．

• **一つの宇宙の問題点：** この宇宙が無限の過去から存在したと言う仮定は，至極，合理的である．逆にもし途中で作られたとしたら，どのように作られ，またその元のエネルギーは何であるのかなど，説明がつかない事であふれてしまうのである．従って，無限の過去から現在の我々の宇宙が存在していたと言う事は，現在の物理学においては間違いない事である．この場合，コスミックファイアボールの生成を無限回繰り返してきた事も事実と考えてよい．しかし，そうだとすると問題が生じるのである．それは１回のコスミックファイアボールにおいて，有限のエネルギーがフォトンとニュートリノによって我々の宇宙の外に放出されている．それがたとえ小さな量でも，無限回行なっている限り，我々の宇宙の重力エネルギーは既に無くなっているはずであり，理論的に矛盾してしまう事になる．これを回避するためには，どうしても我々と同じレベルの宇宙が無限個存在していないと困る事になっている．

4.7.7　無限個の銀河の宇宙

宇宙全体には我々の宇宙と同じレベルの宇宙が無限個存在しているという仮定の場合 (Mugen-universe)，フォトンとニュートリノによってエネルギーが失われても問題にならない．それは明らかで，他の宇宙から結局同じレベルのフォトンとニュートリノエネルギーが供給されるからである．従って，この場合，重力エネルギーの問題は解決される．

しかしこの時，その無限宇宙は何故，重力的に安定であるのかが問題になるが，これは無限系を考えると解決される事である．今，簡単のために１次元系を考えよう．無限空間を円で表して，後で半径を無限大にすればよい．この時，今，我々の宇宙がある一点に存在するとしよう．この場合，その右方全体の宇宙から引力を受ける事になる．所が，同じように左方全体の宇宙からも引力を受ける事になっている．円を考える限り，これは両者ともに同じ重力になり，即ち，つり合う事になり，安定である事がわかる．

これは勿論お話レベルであるが，しかし，理論内の整合性は常にしっかり考えておく必要がある事は間違いない．

関連図書

[1] Fields and Particles
K. Nishijima, W.A. Benjamin, INC, 1969

[2] Symmetry and Its Breaking in Quantum Field Theory
T. Fujita, Nova Science Publishers, 2011 (2nd edition)

[3] Fundamental Problems in Quantum Field Theory
T. Fujita and N. Kanda, Bentham Publishers, 2013

[4] Bosons after Symmetry Breaking in Quantum Field Theory
T. Fujita, M. Hiramoto and H. Takahashi
Nova Science Publishers, 2009

[5] New Fundamentals in Fields and Particles
T. Fujita (editor), Transworld Research Network, 2008

[6] J.D. Bjorken and S.D. Drell, “Relativistic Quantum Mechanics”, (McGraw-Hill Book Company,1964)

[7] J.J. Sakurai, ”Advanced Quantum Mechanics”, (addison-Wesley,1967)

[8] B.W. Parkinson and J.J. Spilker, ”Global Positioning System”, Progress in Astronautics and Aeronautics (1996)

[9] Simon Newcomb, ”Tables of the Four Inner Planets”, 2nd ed. (Washington: Bureau of Equipment, Navy Dept., 1898).

[10] B.G. Bills and R.D. Ray. (1999), “ Lunar Orbital Evolution: A Synthesis of Recent Result