

演習問題解答 第 1 1 章

問 1 伝導体に磁場を掛けると伝導電子はその磁場の影響で円運動する。これは磁気双極子に対応しておりこれにより磁場が影響を受ける。これが磁化である。

問 2 古典電磁気学では磁気双極子と磁場の相互作用エネルギーは $U = -\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}$ であった。一方、Zeeman 効果の Hamiltonian は $H = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$ である。これは共に回転しているために起こる角運動量と関係している。

問 3 超伝導物質に磁場を掛けるとそのなかの自由電子が円運動をする事になる。この場合、円運動している電子が回りの格子と衝突してもエネルギーを失わない場合、この円運動により中の磁場を完全に打ち消す事ができる。これが Meissner 効果である。

問 4 $\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ より $v = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mr}}$. よって $v = 2.18 \times 10^6$ m/s

電流 J は $\int J ds = ev$. これより $J = \frac{ev}{2\pi r} = 1.05 \times 10^{-3}$ A.

問 5 $\mu = \mu_0 S J = \mu_0 \pi r^2 J = \mu_0 \pi r^2 \frac{ev}{2\pi r} = \frac{1}{2} \mu_0 e v r = 1.17 \times 10^{-29}$

中心での磁場は $H = \frac{J}{2} \frac{r^2}{(r^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{J}{2r} = 9.9 \times 10^6$ [A/m].

但し $r = 0.53 \times 10^{-10}$ m.

問 6 電子に対する運動方程式は $m_e \ddot{\mathbf{r}} = -m_e \omega_0^2 \mathbf{r} + e \dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B}$ となっている。これは成分で書くと

$$m_e \ddot{x} = -m_e \omega_0^2 x + e B \dot{y}$$

$$m_e \ddot{y} = -m_e \omega_0^2 y - e B \dot{x}$$

$$m_e \ddot{z} = -m_e \omega_0^2 z$$

z の式はすぐ解けて $z = z_0 \cos(\omega_0 t + \delta)$

x, y の解は $x = A_1 e^{i\omega t}$, $y = A_2 e^{i\omega t}$ とおくと

$$(-\omega^2 + \omega_0^2) A_1 - i \frac{eB\omega}{m_e} A_2 = 0$$

$$i \frac{eB\omega}{m_e} A_1 + (-\omega^2 + \omega_0^2) A_2 = 0 \quad \text{これを解くと}$$

$$\omega_{\pm} = \sqrt{\omega_0^2 + \left(\frac{eB}{2m_e}\right)^2} \pm \frac{eB}{2m_e} \quad \text{となる。}$$