

演習問題解答 第3章

問1 未知変数は E

方程式の数は1個

問2 $\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r}$ だから $\nabla^2 \frac{1}{r} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \left(\frac{-1}{r^2} \right) = 0$

$$\int \nabla^2 \frac{1}{r} d^3r = \int \nabla \cdot \left(\nabla \frac{1}{r} \right) r^2 d\Omega = - \int \frac{1}{r^2} r^2 d\Omega = -4\pi$$

原点が特異点でこれが大きな影響を与える。

問3 $a < r < b$ の電場は $E_r = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ よって $V = \int_a^b \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$

問4 (a) $\nabla^2 \phi = 0$ すなわち $\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial \phi}{\partial r} = 0$ よって $r^2 \frac{\partial \phi}{\partial r} = C_1$

$\phi = -\frac{C_1}{r} + C_2$ ϕ は原点で有限。よって $C_1 = 0$ これより $\phi = C_2 = \text{定数}$ 。

(b) $\int E_r dS = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho d^3r = 0$ よって $E_r = 0$

問5 (i) $r < a, E_r = 0$

(ii) $a < r < b, E_r = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$

(iii) $b < r, E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$

問6 (a) 第4章の問3の解参照

(b) $r < R, \int E_r dS = \frac{1}{\epsilon_0} \rho_0 \frac{4\pi}{3} r^3, 4\pi r^2 E_r = \frac{\rho_0 4\pi}{\epsilon_0 3} r^3, E_r = \frac{r \rho_0}{3\epsilon_0}$