

演習問題解答 第6章

問1 コンデンサーの容量とはコンデンサー板に電位差 V を与えた時、どれだけの電荷 Q を蓄えられるかの係数が容量 C である。

問2 点電荷の場合と同じで重ね合わせの原理によっている。

問3 エネルギー U は $U = \frac{\epsilon_0}{2} \int |\mathbf{E}|^2 d^3r$ であり、 $E = \frac{V}{d}$ なので

$$U = \frac{\epsilon_0}{2} \left| \frac{V}{d} \right|^2 Sd = \frac{\epsilon_0 V^2 S}{2d} \text{ となっている。コンデンサーの外側は電場がゼロとなっている。}$$

問4 コンデンサーのエネルギーは $U = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 S} d$ である。よって力 F は

$$F = -\frac{\partial U}{\partial d} = -\frac{Q^2}{2\epsilon_0 S} \text{ であり、これは引力である。}$$

問5 $R_A > r, E_r = 0$

$$R_B < r, E_r = 0$$

$$R_A < r < R_B, E_r 2\pi r \ell = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\text{よって電位差 } V \text{ は } V = \int_{R_A}^{R_B} E_r dr = \int_{R_A}^{R_B} \frac{Q}{\epsilon_0 2\pi r \ell} dr = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 \ell} \ln\left(\frac{R_B}{R_A}\right) \text{ となる。}$$

$$\text{これより電気容量 } C \text{ は } C = \frac{2\pi\epsilon_0 \ell}{\ln\left(\frac{R_B}{R_A}\right)} \text{ と求まる。}$$

問6 つなげる前： $U = \frac{Q_1^2}{2C_1} + \frac{Q_2^2}{2C_2}$

$$\text{つなげた後：同じ電位になった。} \frac{Q_1 + \Delta Q}{C_1} = \frac{Q_2 - \Delta Q}{C_2}$$

$$\text{よって } \Delta Q = \frac{C_1 Q_2 - C_2 Q_1}{C_1 + C_2}$$

これよりつなげた後のエネルギー U は

$$U = \frac{(Q_1 + \Delta Q)^2}{2C_1} + \frac{(Q_2 - \Delta Q)^2}{2C_2} = \frac{Q_1^2}{2C_1} + \frac{Q_2^2}{2C_2} - \frac{(C_1 Q_2 - C_2 Q_1)^2}{2C_1 C_2 (C_1 + C_2)}$$

となる。