第５章　一般相対論

この本の主な目的は新しい重力の理論をきちんと，しかしわかり易く解説することにより重力に関して多くの読者に興味を持ってもらう事である．重力について解説した場合，読み手の理解の程度は千差万別であろうし，それぞれ独自の興味とその視点に強く依存しているものと思う．しかしながら，重力理論に親しむためには，まずは一般相対論がどういう理論であるかという事をある程度知っている必要がある．それはこれまで１世紀近くという長い期間に渡って，一般相対論は重力の理論であるという考え方が人々の間に浸透し，そしてそれが受け継がれてきたからである．

このため，まずは一般相対論をわかり易く解説することが重要であり，この作業はこの本の主題である「新しい重力の理論」を議論する前に実行した方が良いと考えている．読者が一般相対論に対する大雑把な，しかし正確なイメージを持つことができれば，この本を読んでみようという思いが芽生えてくる可能性があると思っている．それだけ，一般相対論という言葉が人々の頭の中に食い込んでいるということである．

しかしながら「一般相対論とは何なのか？」と言う問いかけに対して，この分野の専門家はどの程度的確に答えられるものであろうか？現実的な問題として，新しい重力理論がわかっていないと，一般相対論の本質を理解することは非常に難しいものである．このことは一般相対論の理論体系が観測にかかる物理量では表現されていないことによっている．従って，巷に氾濫している一般相対論の解説書の大半が分かりにくいことは，それ程不思議な事ではない．しかし一方において，ときにSF小説が面白いのは作者の想像力のセンスが優れているからでもあり，それと同様に一般相対論のある種の解説本が人気が高い場合があったとしてもそれ程不思議な事ではない．それは想像の世界の産物として面白おかしく書かれているからであろう．しかしながら，SF 小説は科学とは無縁のものであり，特に問題にはならないことも確かである．

ここではできる限り平易な言葉を使って，一般相対論とは何かという問題の解説に挑戦しようと思う．この場合，常に念頭には新しい重力理論を置いてあり，それと比較しながら一般相対論を解説して行こう．

5.1　Einstein 方程式とは何か？

一般相対論は実験から出発していないので，その理論の根拠となるような現象は自然界には存在していない．一方において，現代物理学のすべての理論体系はこれとは好対照をなしていて，必ず，対応する自然現象が存在していて，その理解のために理論を構築している．

それでは，Einstein 方程式は何処から出てきたのであろうか？本人の主張によれば，これは純粋に理論的な推論の結果として導出された理論体系であると言う事になっている．しかし著者の推測によれば，アインシュタインは元々は力学の方程式を相対論化したかったのではないかと考えられる．当時の状況を考えてみれば，Newton 方程式と Maxwell 方程式が物理学のすべてであった．しかし単純に運動学を相対論化しても，正しい力学の方程式が得られる保証はない．それで電磁気学と同じように，ベクトルの連立方程式かテンソル型の方程式を求めたかったのであろう．ところが力学ではテンソルに対応するような物理量は存在していない．そこで計量テンソルを考えたのであろう．

5.1.1　計量テンソル

計量テンソルという言葉を見て，これは読むのをやめようかなと思われる読者が少なからずおられるものと推測している．しかしこれを解説しない限り，一般相対論を説明することはできない．それは最初に書いたように，一般相対論が具体的な自然現象から発想を得ていないので，どうしても方程式そのものを解説するしか方法はないのである．そしてその方程式は「計量テンソル」を未知変数とした方程式なのであり，計量テンソルを決定することが一般相対論の目的のすべてとなっている．以下に簡単な数学を少し書くことになるが，数式がひどく嫌いな読者の場合，この部分を読み飛ばしても一般相対論の解説を理解する事に特別な支障はないと思っている．物理学においては数学は言語であり，その言葉を使うと様々な現象を比較的簡単に記述できるのである．

5.1.2　Minkowski の計量テンソル

計量テンソルという概念は Minkowski から来ている．この場合は非常に単純であり，わかり易いものである．これは Lorentz 変換における不変量と関係

している．それでその不変量を調べてみると

$$(ds)^2 \equiv (cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2 \tag{5.1}$$

という４次元の微小２乗距離が不変量であることがすぐに確かめられる．何故，微分量で書くかということであるが，これは Lorentz 変換においては２点間の距離が不変である事によっている．そして微分は微小距離に対応しているからである．これは３次元での回転不変性が距離 (長さ) である事と同じである．Minkowski の計量テンソルとは，この式 (5.1) で

$$(ds)^2 \equiv (cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2 = g^{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu \tag{5.2}$$

における最後の式の $g^{\mu\nu}$ の事を言っている．ただし，

$$\begin{aligned} dx^\mu &= (dx^0, dx^1, dx^2, dx^3) \equiv (cdt, dx, dy, dz) \\ dx_\mu &= (dx_0, dx_1, dx_2, dx_3) \equiv (cdt, -dx, -dy, -dz) \end{aligned}$$

と定義している．ここで式 (5.2) において μ が２回現れたらこれは $\mu = 0, 1, 2, 3$ の和を取る約束となっている．従ってこの右辺の意味は

$$\begin{aligned} g^{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu = \quad & g^{00} dx_0 dx_0 + g^{01} dx_0 dx_1 + g^{02} dx_0 dx_2 + g^{03} dx_0 dx_3 \\ + \quad & g^{10} dx_1 dx_0 + g^{11} dx_1 dx_1 + g^{12} dx_1 dx_2 + g^{13} dx_1 dx_3 \\ + \quad & g^{20} dx_2 dx_0 + g^{21} dx_2 dx_1 + g^{22} dx_2 dx_2 + g^{23} dx_2 dx_3 \\ + \quad & g^{30} dx_3 dx_0 + g^{31} dx_3 dx_1 + g^{32} dx_3 dx_2 + g^{33} dx_3 dx_3 \end{aligned} \tag{5.3}$$

である．この式より $g^{\mu\nu}$ はすぐにわかる事である．すなわち，

$$\{g^{\mu\nu}\} = \begin{pmatrix} g^{00} & g^{01} & g^{02} & g^{03} \\ g^{10} & g^{11} & g^{12} & g^{13} \\ g^{20} & g^{21} & g^{22} & g^{23} \\ g^{30} & g^{31} & g^{32} & g^{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \equiv \eta^{\mu\nu} \tag{5.4}$$

となっている．ここで $g^{\mu\nu}$ の行列表現の場合， $\{g^{\mu\nu}\}$ と括弧をつけたが特別な意味はない．一般的には $g^{\mu\nu}$ は行列の成分を表すが，行列全体を表す表記としても良く使われている．ここで $\eta^{\mu\nu}$ は Minkowski の計量テンソルとして定義されている．これは単純に式 (5.2) を書き直しただけであり，この計量テンソルに特別な物理的意味があるわけではない．さらに式 (5.4) の計量テンソルは Lorentz 変換と一致しているため物理的には至極，合理的なものである．

5.1.3　計量テンソルの拡張

一般相対論の方程式ではこの計量テンソルを拡張して，これが座標の関数であるとして $g^{\mu\nu}=g^{\mu\nu}(x^\sigma)$ と書いている．但し $x^\sigma=(t,x,y,z)$ と表記している．しかし計量テンソルが時空点に依存するとは一体，物理的に何を意味しているのであろうか？ $(ds)^2$ は Lorentz 空間における微小２乗距離であり Lorentz 変換に対して不変である．しかし，微小距離を測る定数が時空点の関数になった場合，これは一般的には Lorentz 変換の不変性を破ることになっている．

5.1.4　定数スケールの不在

この計量テンソルは無次元であり，また定数スケールが存在しない．定数スケールとはその系におけるすべての物理量を記述する単位になるものであり，物理において最も重要な役割を果たしている．量子力学においては電子の質量が定数スケールの役割を果たしていて，長さも質量もエネルギーもすべて，電子の質量で測定されている．しかしながら，定数スケールの存在しない世界ではその世界の大きさを議論することはできない．

• **定数スケールの役割：**　例えば，もし Maxwell 方程式においてその電荷が質量を持っていなかったとしたらどうなるのであろうか？この場合，電場の形は決めることはできても，電場に現れる距離 r を測定する単位が存在しないことになる．従って，この定数スケール不在の理論では電磁的な現象を記述することは物理的に不可能なことである．この事は非常に重要な事でもあり，頭の片隅に入れておく必要がある．

5.2　Einstein 方程式

このように理論的な推論によって構築された Einstein 方程式は

$$R^{\mu\nu}-\frac{1}{2}g^{\mu\nu}R=8\pi G_0T^{\mu\nu} \tag{5.5}$$

と書かれていて，$g^{\mu\nu}$ が未知関数である．$R^{\mu\nu}$ は Ricci テンソルとよばれる量で，計量テンソル $g^{\mu\nu}$ の２回微分で書かれている．$T^{\mu\nu}$ は物質のエネルギー・運動量テンソルと呼ばれるものであり，G_0 は重力定数である．この方程式は簡単に言えば，星のように質量が分布していたら，その星の空間の計量テンソルが Minkowski の計量テンソルからずれてしまうと言っている．

5.2.1 Ricci テンソル

Ricci テンソル $R^{\mu\nu}$ を具体的に書いてもあまり意味はないと思われるが，定義式だけ書いておこう．

$$R^{\mu\nu} = \partial_\lambda \Gamma^\lambda{}_{\mu\nu} - \partial_\nu \Gamma^\lambda{}_{\lambda\mu} + \Gamma^\lambda{}_{\lambda\sigma}\Gamma^\sigma{}_{\mu\nu} - \Gamma^\lambda{}_{\sigma\nu}\Gamma^\sigma{}_{\lambda\mu} \tag{5.6}$$

$$\text{但し}\quad \Gamma^\lambda{}_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2} g^{\lambda\sigma}(\partial_\mu g_{\nu\sigma} + \partial_\nu g_{\mu\sigma} - \partial_\sigma g_{\mu\nu}) \tag{5.7}$$

である．これは微分幾何の言葉を使用しているが，この表現に物理的に特別な意味があるわけではない．

5.2.2 重力場の Poisson 型方程式

ここで Einstein 方程式と重力場との関係を議論しよう．但し，この部分には物理的には正当化できない仮定がなされている．それは計量テンソルと重力場との間にある関係式を仮定することである．すなわち弱い重力場では

$$g^{00} \simeq 1 + 2\phi_g \tag{5.8}$$

という関係があると仮定されている．この場合，$T^{00} \simeq \rho$ でもあることから，この重力場 ϕ_g に対する方程式は

$$\boldsymbol{\nabla}^2 \phi_g = 4\pi G_0 \rho \tag{5.9}$$

と書かれる．ρ は質量の分布関数である．この方程式 (5.9) で $\rho \simeq M\delta(\boldsymbol{r})$ とすれば，重力場 ϕ_g が $\phi_g = -\frac{MG_0}{r}$ と求まり，これは勿論，実験的に知られている重力場 ϕ_g と一致している．しかし当時，この Poisson 型方程式を導出する理論がわかっていたわけではない．この式 (5.8) を仮定すれば，重力の Poisson 型方程式が導出されるとして，Einstein 方程式は作られたのであろう．

5.2.3 一般相対論と重力理論の関係

一般相対論がこれまで信じられてきた主な理由はアインシュタイン方程式から重力場のポアソン型方程式 (5.9) が導出されると考えられていたからである．ところがこの導出を証明することは実は不可能である．その証明には物理的に正当化できない方程式 $\boxed{g^{00} \simeq 1 + 2\phi_g}$ が仮定されているからである．そ

の式を仮定すれば確かに，重力ポアソン型方程式 (5.9) が導出されることが簡単に確かめられる．

• **力学変数と座標系：**　ところが，この仮定の式 (5.8) は物理的に無意味である事がすぐにわかる．それは，計量テンソルは座標系であるのに対して，重力場 ϕ_g は無次元ではあるが，力学変数である事に依っている．これは無次元であっても空間と時間は異なっており，単位系としては別の物理量となっているからである．実際，この ϕ_g の単位は $[\mathrm{m{\cdot}kg^{-1}{\cdot}s^{-2}}]$ となっていて，これに数字の１を足すことはできない．これは異なるカテゴリーを足し算しているため，どのように頑張っても物理学の式として承認することには無理がある．

• **カテゴリー違いの足し算：**　問題となっている式 (5.8) について，もう少し詳しく具体的な例題をあげながら見て行こう．今 $g^{00}(x)$ を $g^{00}(x) \simeq 1 + v$ として，v は何かの速度としてみよう．この場合，v は無次元量ではあるが力学変数であり，具体的には $[\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}]$ の単位で表されている．従って「1」は単なる数字であり，これに速度を足し算することはできない．繰り返すが $g^{00}(x)$ の右辺の１は座標系の単なる数字であり，ϕ_g は力学変数である．よってこの足し算は成立しない．これは時間と空間の次元は同じであるが，単位は異なる事実を誤解した事から生じた間違いである．しかしこの式 $\boxed{g^{00}(x) \simeq 1 + 2\phi_g}$ を認めたため，一般相対論が重力理論であると人々は思い込んできたことは事実である．

5.2.4　等価原理

一般相対論を構築する際の根拠は等価原理である．これは思考実験 (Gedanken Experiment) から求められており，対応する自然現象が存在しているわけではない．それでは「等価原理とは何か」が問題となってくる．何が等価であるのか？それは,「一様重力場での物理と等加速度運動をしている系での物理が同じである」という仮定である．例えば，一様重力場での粒子の加速度は $\ddot{z} = -g$ であるから，確かに重力場における加速度と重力定数 g は同じである．しかし，これは Newton 方程式そのものであり，特に新しい問題ではない．

• **等加速度運動系：**　ところが，アインシュタインは等加速度運動系という非現実的な系を仮定したのである．実際，エレベーターの系を考えて，その系が慣性系と同じであるとすると，どうしても光が曲がったり空間が歪むような現象を考えざるを得なくなる．しかし実際は，エレベータの系と言っても，空間が動いているわけではなくエレベータの箱が動いているだけである．一方，

慣性系の場合，空間がその系ごとに定義できており，またその慣性系における観測者の存在も定義されている．等速直線運動をしている電車において，その電車の箱を取っ払ったとしてもその空間は定義されている．このため，観測者の存在を仮定することができるのである．

• **空間と座標系：** ここで物理学でいう「空間とは何か」について解説しよう．物理学で言う空間とは実は「座標系」のことである．さらにこの空間とは「慣性系の空間」のことであり，この事を正確に理解する必要がある．今，地上の静止系を座標系 A として導入し，観測者 A は原点にいるとしよう．この時，等速直線運動をしている電車を考え，その電車の運動座標系 B を定義して，観測者 B はその座標系の原点にいるとしよう．ここで物理において使われている「空間」とは，座標系 B が動いているためその空間が一緒に動いているという言い方をしている．この時，電車の箱が取り払われたとしても観測者と座標系は何も影響を受けない．そしてそれぞれの系で同じバネの実験をするとすべて同じ観測量が得られることがわかり，これが相対性原理の根幹となっている．一方，等加速度運動系で同じことをしようとしても，ある速度 (加速度) で箱が取り除かれると，観測者はその系に存在することはできない．従って，物理で使う空間とは，結局，慣性系で定義された座標系とその観測者の事だと考えれば間違えることはない．

5.2.5 Einstein 方程式の定数スケール

Einstein 方程式 (5.5) において，そのスケールは何で測られているのであろうか？この方程式は座標系に対してたてられた式であるため，そこに現れる基本的なスケールを正確に把握しておく必要がある．このスケールの問題を理解するためには，これまでによく理解されている電磁気学の方程式でまず，その内容を明らかにすることが必要であろう．

• **Maxwell 方程式における定数スケール：** Maxwell 方程式における定数スケールを議論するために，Maxwell 方程式をベクトルポテンシャル $(\phi,\ \boldsymbol{A})$ で書いた方程式から見てみよう．この場合，Maxwell 方程式は

$$\boldsymbol{\nabla}^2\phi + \frac{\partial}{\partial t}(\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{A}) = -\rho \tag{5.10}$$

$$\boldsymbol{\nabla}\times(\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{A}) + \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial\boldsymbol{A}}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla}\phi\right) = \boldsymbol{j} \tag{5.11}$$

である．この左辺は2階の微分で書かれているが定数スケールはない．一方，右辺をみるとこれは電荷密度分布と電流密度分布であり，これはDirac方程式により決定されている．Dirac方程式では電子の質量が定数スケールになっていて，距離 $\boldsymbol{r}$ はすべて電子の質量により測られている．従って，Maxwell 方程式におけるスケールは電子の質量によりすべてが測られている事がわかっている．この事は物理学の本質と関係しているのでじっくりと考える必要がある問題である．

• **量子電磁力学：** これはコメントであるが，昔，量子電磁力学 (QED) を研究していた折，電子の質量をゼロにした模型計算を実行した事があった．ところがこの場合，QED においてスケール不在となるため，すべての物理量がどう書いたら良いのかわからなくなり，その深刻さに仰天したものであった．当時，カットオフ Λ がスケールの役割をすると解釈していたが，しかし今では，このカットオフの物理は理論的に意味をなさないことがわかっている．

• **Einstein 方程式の定数スケール：** それではEinstein方程式の定数スケールはどうなのであろうか？Einstein 方程式 (5.5) の左辺には定数スケールがない．計量テンソルは無次元の未知変数であり，Ricci テンソル $R^{\mu\nu}$ は $g^{\mu\nu}$ の2回微分で書かれているので定数スケールは現れようがない．一方，右辺は星の密度分布で書かれているのでそこには星の質量が現れている．従って，Einstein方程式の解である計量テンソルの座標 $\boldsymbol{r}$ は星の質量を単位として表現されている．実は，重力定数 G_0 も次元を持っているが，この定数が現象を記述する場合の「次元」に関係するのかどうかは良くわからない．いずれにせよ，Einstein方程式は計量テンソルを時間・空間の関数として決定する方程式である．そして，その計量テンソルの座標は最終的に星の質量で測定されている．これは物理的には，相当，奇妙な状態になっている．

5.3 Einstein 方程式の解

ここで最も重要な問題はこの Einstein 方程式 (5.5) の解が求まった時，その解に対してどのような物理的な解釈ができるかである．その方程式を如何に解くかという事は，実は大して重要な問題ではない．Einstein 方程式 (5.5) を解くと計量テンソル $g^{\mu\nu}$ が決定されるが，ここで簡単のために，計量テンソル $g^{\mu\nu}$ が Minkowski の計量テンソル $\eta^{\mu\nu}$ から少しずれて決定される場合を議論しよう．そしてその形を

$$g^{00}(x^\sigma) = 1 + C_0(x^\sigma) \tag{5.12}$$

$$g^{11}(x^\sigma) = g^{22}(x^\sigma) = g^{22}(x^\sigma) = -(1 + C_1(x^\sigma)) \tag{5.13}$$

としよう．ここで $g^{\mu\nu} = 0 \ \ (\mu \neq \nu)$ を仮定している．この場合，$C_0(x^\sigma)$, $C_1(x^\sigma)$ も無次元量である．従って，式 (5.2) における $(ds)^2$ は変更を受けて

$$(ds')^2 = (1 + C_0(x^\sigma))(cdt)^2 - (1 + C_1(x^\sigma))((dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2) \tag{5.14}$$

となる．Einstein 方程式の解が上記のように求まった時，この後どうするかが重要な問題である．そこには二つの可能性がある．一つ目は相対性理論を順守し，微小２乗距離 $(ds)^2$ を不変に保つことである．一方，もう一つの可能性として相対性理論はあきらめて，それを無視した新しい展開を考えることである．そして Einstein やその追随者はこの後者を選んでいる．

• **相対性理論を順守：** 相対性理論を順守するためには，求められた微小２乗距離 $(ds')^2$ が元の不変量 $(ds)^2$ に一致するべきである．この場合，明らかに

$$C_0(x^\sigma) = 0, \quad C_1(x^\sigma) = 0 \tag{5.15}$$

となり，結局，何も起こらなかったことになっている．

• **相対性理論を無視：** 一方，Einstein 方程式の解に対するこれまでの解釈は相対性理論の要請を無視する事である．この場合，計量テンソルは時空点の関数となっている．この物理的な解釈は良くわからないが，しかし，以降の一般相対論の議論はすべてこの相対性理論とは矛盾する解から出発している．すなわち微小２乗距離はもはや最も基本的な不変性の要請を充たしていない．

5.3.1 Schwarzschild の解

ここでEinstein 方程式の解として有名なSchwarzschild の解について解説しよう．まず，$(ds)^2$ を極座標表示で書いておこう．この場合

$$(ds)^2 = A(r)(cdt)^2 - B(r)(dr)^2 - r^2(d\theta)^2 - r^2\sin^2\theta\,(d\phi)^2 \tag{5.16}$$

となる．ここで $A(r)$, $B(r)$ はEinstein 方程式の解として決定されているべき量である．ここで球対称性を仮定し，また真空の時空を仮定して得られる最も簡単な解は

$$(ds)^2 = \left(1 - \frac{2G_0M}{c^2r}\right)(cdt)^2 - \frac{(dr)^2}{\left(1 - \frac{2G_0M}{c^2r}\right)} - r^2(d\theta)^2 - r^2\sin^2\theta\,(d\phi)^2 \tag{5.17}$$

となっている．これがSchwarzschild の解である．座標系は観測者が設定するものであり，そこで定義した微小2乗距離の中に星の質量 M が入っている事に違和感を覚えるものであるが，その物理的な意味はさらにわからない．

• **ブラックホール：**　この式 (5.17) で $\boxed{1 - \frac{2G_0M}{c^2r} = 0}$ を充たす r の事をブラックホール半径と呼んでいる．それは

$$R_g = \frac{2G_0M}{c^2} \tag{5.18}$$

と書けている．この半径よりも小さい部分では微小2乗距離が負になってしまうため，この範囲においては座標が定義できなくなり，従ってブラックホールと言うわけである．ところが，これは座標系であり，自然界を記述しようとして観測者が用意したものである．これが定義できなくなったら，普通の感覚からしたらどこかで間違いを犯したと考えるべきである．ここで注意するべき事は，この式 (5.17) は星の成り立ちとは無関係であり，さらにそのダイナミックスの情報は何処にも入っていない方程式であると言う点である．

5.3.2 Friedmann 宇宙

Friedmann が求めた方程式は微小2乗距離 $(ds)^2$ を

$$(ds)^2 = (cdt)^2 - a(t)^2((dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2) \tag{5.19}$$

と書いて $a(t)$ に対する方程式を求め，そしてその解を書きだしたものである．ここではその解の一つを書いておこう．例えば

$$a(t) = a_0 t^{\left(\frac{2}{3(1+\kappa)}\right)} \tag{5.20}$$

と書ける解が知られている．ここで κ は定数である．例えば $\kappa = 0$ の場合，空間が膨張する解であるとして知られている．

• **座標系が膨張？：** しかしながら，ここでこの結果をきちんと検証することが重要である．$a(t)$ はスケールを持たない量である．従って，これが定数倍だけ大きくなったとした時，それが物理的に何を意味しているのかを吟味する必要がある．一般的に言って座標系の (x, y, z) は変数であり，これに定数倍しても別に何かが起こったことにはならない．座標系での (x, y, z) は粒子や場を記述するために導入している．このため新しい座標系として，例えば

$$dx' = a(t)dx, \quad dy' = a(t)dy, \quad dz' = a(t)dz \tag{5.21}$$

と定義しなおしても，自然現象の記述には全く問題ない事である．この場合，新しい座標系 (x', y', z') は元の座標系と原点は一致していて，測り方が定数倍だけ変わったと言う事である．よって微小 2 乗距離 $(ds')^2$ は

$$(ds')^2 = (cdt')^2 - (dx')^2 - (dy')^2 - (dz')^2 \tag{5.22}$$

となる．ついでに $t' = t$ としている．この (ct', x', y', z') の座標系で星の運動を記述して行けば，Lorentz 不変性も保たれている事でもあり，全く問題なく記述出来る事になっている．すなわち，座標系が膨張すると言う事は自然界とは無関係であり，座標系はあくまでも観測者が指定するべきものである事に依っている．しかし Einstein 方程式では座標系がまるで自然界そのものであるという錯覚に陥っている．

5.4　一般相対論の予言

一般相対論を応用して，実際の観測量と結び付けようとする作業はこれまでに数多くなされている．ここではその解説を簡単にして行こう．まずは一般相対論が古典力学の方程式に与える影響を評価する事が最も大切である．実は，この記述はブラックホールの予言の問題と密接に関係している．従って，まずはこの一般相対論が予言する高次の効果として，一般相対論による付加ポテンシャルの問題から解説して行こう．

また，ここでは一般相対論が物理的観測量として予言している水星の近日点移動の問題を議論して行こう．実際，観測量と比較した場合，一般相対論の予言値はその観測値を再現できない事をここで示すことになる．これまで一般相対論関係の教科書では，水星の近日点移動の観測値が３桁の精度で再現できるものとして紹介されてい場合がある．しかし実際は観測量を計算する過程で正当化できない物理的手法を用いているので，そのことに関してもきちんと解説しておく必要がある．

さらに決定的に重要な観測量として，うるう秒の問題がある．水星の近日点が移動するならば，当然，地球もそれに応じた変化をするべきである．この当然の事が，現代技術の進歩，特に正確な時間測定の長足な進歩により，測定されてきた事は意味深いものがある．実際，地球の近日点移動と同じ現象がうるう秒として非常に正確に観測されていたのである．しかも，この地球の公転の遅れの観測量は新しい重力理論によって完璧に再現されるのに対して，一般相対論の予言では全く再現できていない．これは明らかで，一般相対論のこれまでの計算では，軌道が円の場合，そもそも近日点が存在しないため，近日点移動を計算することができないのである．しかし，実際問題としては，近日点移動も観測量と関係するためには周期を計算する必要がある．理論と実験を比較するためには，何が観測量かという問題をしっかり理解することが最も重要である．さらに，この地球のうるう秒の問題に加えて，GPS 衛星の周期のズレの問題もあり，この問題も後の章で議論して行こう．

5.4.1　一般相対論による付加ポテンシャル

一般相対論の効果を近似的に無理やり付加ポテンシャルで表すとその付加ポテンシャルを加えた重力ポテンシャルは

$$V(r) = -\frac{GMm}{r} - \frac{3}{mc^2}\left(\frac{GmM}{r}\right)^2 \tag{5.23}$$

となる．但し，一般相対論による高次補正項はポテンシャルでは書けないと言われることがよくある．しかしながら，もしそのことが事実だとしたら，それは一般相対論が内部に深刻な問題を含んでいる事を示すことになっている．Newton 方程式は量子論における期待値として求められているので，すでに観測量と直接に結びつくべき方程式である．従って，この方程式に対する如何なる高次の修正効果も必ず，ポテンシャルの言葉で表せられる必要がある．

ここでは，人々が主張している φ 依存性の変化分 (後で式 (5.29) で与えられる) を再現するようなポテンシャルとして上記のポテンシャル (5.23) は求められている．この時，Newton 方程式は

$$m\ddot{r} = -\frac{GmM}{r^2} + \frac{L_g^2}{mr^3} \tag{5.24}$$

となっている．ここで，L_g^2 は

$$L_g^2 \equiv \ell^2 - \frac{6G^2M^2m^2}{c^2} \tag{5.25}$$

と定義されている．さらに新しく角速度 Ω_g を

$$\Omega_g^2 \equiv \omega^2 - \frac{6G^2M^2}{c^2R^4} \equiv \omega^2(1-\gamma) \tag{5.26}$$

で定義しておく．ただし，γ は次式で定義されている．

$$\gamma = \frac{6G^2M^2}{c^2R^4\omega^2} \tag{5.27}$$

5.4.2 重力崩壊

ここで重要な事は，もし L_g^2 の式で右辺の第 2 項が第 1 項よりも大きくなるとこれは重力的に不安定となることである．r が小さい所では必ず引力が勝ってしまい，角運動量でこれまで崩壊を止めていたのに，もはや止める項がなくなり重力崩壊してしまう．これがブラックホールであり，その条件は

$$R \leq \frac{\sqrt{6}GM}{c^2} \tag{5.28}$$

と表されている．この式 (5.28) の細かい係数 ($\sqrt{6}$) はこれまでの計算 [式 (5.18) では 2 であった] と異なることはあるが，この条件式は通常言われているブラックホールの条件と確かに一致している．

• **解が存在しない！：**　しかしながらこの場合，次節で求められている式 (5.29) でわかるように，L_g^2 が負であるため軌道の半径 r が負となっていて，これは物理的に意味のある解ではない．従って r が実数では求まらないので，この Newton 方程式は解なしである．ブラックホールの条件式 (5.28) を満たさない場合でも，自然界を記述する基本方程式がこのような特異な振る舞いを内包していることは通常ではあり得ない．これはポテンシャル (5.23) における Newton 方程式が自然界を記述する方程式ではないことを意味している．

• **相対論的な効果？：**　しかしここで一般相対論の専門家は「式 (5.28) を満たす場合に Newton 方程式が成り立つのか？」と質問して来ると思われる．この場合，確かに相対論的な効果が効いてくる可能性がある．ところが一般相対論は動力学の方程式ではないので，この力学の問題に関しては初めから全く無力なのである．この場合は別の新しい方程式を構築する必要がある．実はそれこそが量子場の理論に基づいた新しい重力理論なのである [2, 3].

5.4.3　水星軌道の進み

それでは，この一般相対論による付加ポテンシャルはどのような水星の近日点移動を予言するのであろうか？ Newton 方程式に対する軌道の解は

$$r = \frac{A_g}{1+\varepsilon\cos\left(\frac{L_g}{\ell}\varphi\right)} \tag{5.29}$$

と書けており，ここで A_g は

$$A_g = \frac{L_g^2}{GMm^2} \tag{5.30}$$

で与えられている．物理的な観測量は前述したように積分量であり，今の場合の Newton 方程式で保存量である角運動量から $\ell = mr^2\dot{\varphi}$ より，

$$\frac{\ell}{m}\int_0^T dt = \int_0^{2\pi} r^2 d\varphi = A^2\int_0^{2\pi}\frac{1}{\{1+\varepsilon\cos(\varphi(1-\gamma))\}^2}d\varphi \tag{5.31}$$

と積分すれば良く

$$\omega T \simeq 2\pi\{1-(2-\varepsilon)\gamma\} \tag{5.32}$$

が直ちに求められる．しかし一般相対論による付加ポテンシャルで引き起こされる効果は

$$\left(\frac{\Delta\omega}{\omega}\right)_{th} \simeq -(2-\varepsilon)\gamma \tag{5.33}$$

となり，これは角速度の遅れを与えている．これは，一般相対論の予言値が観測値と矛盾している事を明確に示している．この事より，一般相対論は概念的な困難だけでなく，観測量との比較からも，正しい理論ではない事が示されたのである．

5.4.4 これまでの理論計算の予言

それでは，これまでの人達は何故一般相対論の予言値が水星の近日点移動の観測事実を再現できると思ったのであろうか？その答えは簡単である．これまでの理論計算においては，角度のズレだけで観測量と結びつけられると思い込んだ事によっている．水星の軌道を与える式は

$$r = \frac{A_g}{1 + \varepsilon \cos\left(\varphi\left(1 - \frac{1}{2}\gamma\right)\right)} \tag{5.34}$$

と表された．ここで角度の式には L_g^2 の具体的な式を入れてある．この時，水星の近日点は軌道の式から

$$\varphi\left(1 - \frac{1}{2}\gamma\right) = 0 \tag{5.35}$$

で与えられるが，この場合明らかに $\varphi = 0$ となってしまう．そこで人々は

$$\varphi\left(1 - \frac{1}{2}\gamma\right) = 2\pi \tag{5.36}$$

が近日点を与えるからと言ってこの式から角度のズレを求めたのである．この場合，確かに

$$\varphi \simeq 2\pi + \pi\gamma \tag{5.37}$$

が求められて，水星の近日点移動が $\boxed{\frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{\gamma}{2}}$ となっている．そしてこの物理量は観測値を良く再現していた．しかし，この式には数学的に明らかな矛盾点がある．それは，φ は常に $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ で定義されているという事である．φ が 2π を超える事はあり得ない事であり，定義されていない．

さらに近日点の問題において，実際には軌道を一周回って初めて近日点がわかることに注意する必要がある．それはすなわち，軌道を一周まわる操作を必ずしなければならない事を意味しており，一周回ると言う事は結局，周期を計算することに対応している．

5.4.5　一般相対論の物理的観測量

それではこれまでの計算結果 (5.37) に対応する正しい観測量はどのように計算したら良いのであろうか？これはやはり周期に対応する量を計算する必要があり，それは

$$\omega T \simeq 2\pi\left(1+\varepsilon\gamma\right) \tag{5.38}$$

と求められる．従って，この効果は

$$\left(\frac{\Delta\omega}{\omega}\right)_{th} \simeq \varepsilon\gamma \tag{5.39}$$

となり，確かに角速度 ω の進みを与えている．しかしながら，この場合の角速度 ω の進みは離心率 ε に比例しており，水星の近日点も $\varepsilon = 0.2$ であるため，理論値は観測値よりはるかに小さくなる．さらに，GPS 衛星や地球の公転の場合，離心率 ε がほとんどゼロであるため，これだけを取ったとしても，一般相対論は GPS 衛星と地球の観測値を再現できていない事が良くわかるものである．

5.4.6　近日点移動の観測値と予言値の比較

ここで一般相対論による水星の近日点移動の理論値を観測値と比較してみよう．後で議論する新しい重力理論による予言値も表に載せているので，一緒に比較しよう．さらに，GPS のデータとうるう秒のデータも理論の予言と比較してある．この表からわかるように，一般相対論による予言値は観測値とは一致していない事がわかる．

近日点移動の観測値と予言値の比較

	水星 $(\Delta\omega/\omega)$	GPS $(\Delta\omega/\omega)$	地球の公転 ΔT
観測値	8.0×10^{-8}	4.5×10^{-10}	0.625 ± 0.013 $s/year$
新しい重力理論	4.8×10^{-8}	3.4×10^{-10}	0.621 $s/year$
一般相対論	3.3×10^{-8}	0.10×10^{-10}	0.031 $s/year$

5.4.7 Feynman の非公開研究ノート

観測量が $\omega T = 2\pi$ からのズレであるという視点は，過去において何人もの物理屋が検証した事と思われる．そのうちの一人は Feynman であり，彼は非公開の研究ノートで同じような計算をしている．しかし Feynman の時代では水星の近日点移動のデータしかなかったので，一般相対論による計算結果が観測値の３分の１でも彼はこの程度でも良いのだろうと考えたようである．実際，観測値自体が非常に古いものであり，またズレの方向が正しい事でもあったので，この段階での結論としては理解できるものである．もし GPS と地球公転の近日点移動のデータが当時わかっていたら，彼も恐らくは一般相対論を疑った事であろう．ここで一般相対論としてあげてある数値は式 (5.39) による計算であり，Feynman の予言値もこれと同じである．

5.4.8 一般相対論の今後への影響

このように，観測量をしっかり検証する事は常に重要である事がよくわかる．これまで見てきて明らかになったように，一般相対論はその理論の出発点から問題を含んでおり，さらにその理論模型の予言値は観測値を再現できていない．さらに，あとで議論しているように量子場の理論による新しい重力理論が発見され，その理論の予言値が観測値を良く再現している．その意味においては，一般相対論は単純に不要な理論となっただけであり，物理学の理論体系からすれば特に影響されることはない事も確かである．それは一般相対論が運動学でもないし，動力学でもないことに依っている．

5.5　現代物理学から見た一般相対論

一般相対論は約１世紀前に作られた理論模型である．１世紀の間も生き延びているのだから，これはそれなりに意味のある理論体系であると思っている読者が少なくないものと考えられる．これまで一般相対論を支持する実験的な証拠は何処にもないにもかかわらず，同時にこれを完全に否定する理論的な証明も最近までは知られていなかった．恐らく，このことが一般相対論が長い間，人々に受け入れられてきた最も大きな理由であると思われる．

5.5.1　一般相対論は何故，生き延びたか？

一般相対論は物理的な意味があまり明解な理論とは言えないにもかかわらず，人々の関心を引き付けてきたことは事実である．何故だろうか？この答を見つけるのは非常に難しいものであろうが，いくつかの理由は考えられよう．

• **理由 (1)：**　一つには，これまで場の理論に基づいた重力理論が新しく作られていなかった事が主な原因であろう．重力理論といえば一般相対論だけであったということが，この理論が生き延びた最も大きな原因であろう．

• **理由 (2)：**　重力場に関しては，観測事実として一般相対論の検証になるような実験は極めて難しいことである．それは明らかで，重力は力としては非常に微弱であり，その相互作用を実験室で検証することはほとんど不可能なことである．従って，一般相対論を実験室で検証できなかったことが，この理論が長く生き延びた原因の一つでもあろう．

• **理由 (3)：**　さらに，実験的な検証が簡単にはできない理論で，しかもその理論の内容が不明瞭な場合，その理論が生き延びる可能性がかなりあることは経験的な事実である．実際，場の理論のような，形式がしっかりしている分野でさえも，実験的に観測されていない (観測することが容易でない) 理論で長く生き延びた理論模型が存在している．典型的な例が「自発的対称性の破れ」の理論模型である．この模型は Goldstone ボソンを予言していたが，半世紀にも渡り Goldstone ボソンは発見されてはいなかったのである．それにもかかわらず，この理論模型は長く人々に受け入れられたのである．実際，この模型計算の間違いが指摘されたのは１０年ほど前という最近の事であった．それはこの模型と関係する理論で厳密解が偶然見つかり，この事より「自発的対称性の破れ」の理論模型が初めて否定されたが，これは実験からではなかった．

5.5.2 理論模型の否定・肯定は常に困難

この「自発的対称性の破れ」の理論模型の問題と関連しているが，一般的に「ある模型」が「新粒子」の存在とその性質を予言したとしよう．その新粒子が実験的に存在することが証明された場合は，話は簡単でありその模型の是非を決定することが可能である．しかしながら「新粒子が存在しない事」を証明することは容易な事ではない．実験的にあらゆる可能性を検証することは非常に大変な労力を要している．現在，CERN で Higgs 粒子探索の実験が行われているが，３０年以上に渡り膨大な予算と労力をつぎ込んだにもかかわらず，まだ発見されていない．しかしながら，この Higgs 粒子の存在を否定する理論が提案されても，その粒子が存在しない事を証明することは，これはまた至難の業でもある．科学ではどの実験においてもその結果の再現性が常に要求されている．この事は明らかに非常に重要である．しかし同時に，何かが「存在しないこと」の証明は非常に困難である事も事実である．さらに言えば，理論的な整合性のない理論模型の予言に関しては，その予言された現象が存在しない事の証明は科学的には必要ではないと考えるべきである．

• **神の存在証明：** 昔，西欧社会において，神の存在証明が盛んに行われた時期があった．その存在を証明する事はできなかったのであるが，同時にその存在を否定する事も容易なことではないし，それが可能とも思われない．

5.5.3 新しい重力理論

これまで議論してきたように，Einstein 方程式には数々の問題点があり，物理学の立場からすれば，これは必要で重要な模型とは考えられない理論体系である．しかしながら一般相対論を完全に否定するためには，新しい重力理論を手にしていない限り，非常に難しいものであった．そしてこの本で議論しているように，今はそれが可能になっている．実際,「水星の近日点移動」「GPS 衛星の周期のズレ」そして「うるう秒の遅れ」などの観測量と理論の予言値を注意深く比較検討することにより，初めて，理論模型の優劣が議論できたのである．その結果，Einstein 方程式による予言値はこれまでの観測量をまったく再現できてはいないことが証明されたのである．一方において，新しい重力理論による予言値は，それらすべての観測値を予想を上回る精度で再現している事が証明されている．この事より，我々は初めて正しい重力理論を手にすることができたのである．この新しい重力理論の解説は次章で行ってゆこう．

第6章　新しい重力理論

物理学においては運動学と動力学という二つの理論形式がある．このどちらも重要であるが，役割は本質的に異なっている．その一つ目の運動学 (キネマティックス) では粒子の運動の性質 (エネルギー・運動量の保存や様々な対称性) を運動学的に決定している．特に粒子の運動エネルギーや運動量がどのようになっているかを知る事はその物理を理解するための基本であり，これが粒子の振る舞いを記述する上で重要な要素となっている．一方，もう一つの動力学 (ダイナミックス) は，粒子の運動を決める最も重要な方程式から成り立っており，この方程式を解く事により粒子の力学が決定されている．この場合，記述しようとする物理現象によってその方程式は異なり，それに応じて相互作用も選ぶ必要がある．このため，どの運動にはどの相互作用が働いているのかを見極めて，それに応じた運動方程式を解く事によってその粒子が関係する様々な自然現象を理解することができている．

• **一般相対論の役割：**　それでは重力場における動力学の方程式は何であろうか？これは基本的には Newton 方程式である．この時さらなる疑問が湧いてくる.「一般相対論の役割」は何であろうか？これは時間・空間の計量を変化させるという方程式なので，どちらかと言えば運動学に近いと言える．しかし粒子の状態やその Lagrangian とは直接の関係はないので，運動学でもない．ところが粒子のダイナミックスとはさらに関係がないため，物理において一般相対論が果たすべき役割が実は不明である．従って，一般相対論が存在しなくても，理論体系に対する影響はとくにないものと考えてよい．このことを読者もしっかりと理解し認識しておく必要がある．ここで大切な事は，重力場がある場合，高エネルギー粒子の動力学はどうなっているのかと言う極めて基本的で単純な疑問に答える事であり，以下，その議論を進めて行きたい．

6.1 Dirac 方程式とポテンシャル

現在知られている基本的な相互作用は電磁気的な力，弱い相互作用，強い相互作用そして重力である．力の強さを示す結合定数と言う言葉でいうと，重力は最も弱い．実際，弱い相互作用と比べても重力は３０桁以上も小さい．重力の次に弱いのが弱い相互作用である．この力は，中性子が β 崩壊する時や π 中間子が崩壊してミューオンとニュートリノになって行く過程を記述する事ができる．これらの相互作用と比べると，電磁気的な力はかなり強い相互作用であると言える．実際，我々の物質の世界は基本的には電磁気的な力で支配されている．原子や分子が出来ているのも，全て電磁気的な力である．最後に，最も強い力として強い相互作用があり，これは原子力エネルギーや太陽のエネルギー源になっている．星の内部で起こっている核融合はまさに強い相互作用による核子間の束縛エネルギーをうまく利用する事により得られている．

• **重力の影響は何故，大きいのか？：** 重力は星の生成に大きな影響を与えているが，それは何故であろうか？重力は力の強さとしては一番弱いのであるが，しかしながら２つの重要な性質のために，大きな影響を星の形成では発揮する事になるのである．その２つの性質とは，力の到達距離が $\frac{1}{r}$ である事および常に引力である事である．特に，重力は常にどんな場合でも引力であり，おまけにその力は遠距離まで及ぼすため，いずれは全ての核子は引き寄せられて星を形成して行く事になっている．

• **相対論的な粒子：** 粒子が高エネルギーになると相対論的な粒子の運動を重力場の中で考える必要がある．しかし高エネルギー粒子の運動は Newton 方程式では記述できないことが知られているため，何かこれにかわる方程式が必要である．古典力学の方程式は量子論から近似的に得られることがわかっているので，相対論的な粒子の運動を重力場中で考えるためには，どうしても Dirac 方程式から出発する必要がある．ところがこの重力ポテンシャルを Dirac 方程式のどの部分に入れたら良いのかという基本的な問題がこれまで未解決のままであった．この事は１９７０年の始め頃までは深刻な問題として人々の興味を引いていたが，その後，議論が完全に途絶えてしまった．その主な原因は一般相対論への過大評価であろう．ところが，一般相対論は粒子の運動に対する方程式ではなく，さらに場に対する方程式でもないため，動力学とは無関係であった．従って重力ポテンシャルを場の理論の枠組みの中に入れる事が，結局，現代物理の最も重要な課題である事は当然であった．しかしながらこの課題の解決が最近まで行われていなかったことも事実である．

6.2 重力問題の方向性

ここで問題を整理してみよう．まず，Newton 力学では重力がある場合の方程式は良くわかっていて，実際，Kepler の法則にしても重力下での Newton 方程式を解けば問題なく理解されている．そしてその Newton 方程式はどのように導かれるのかというと，これはよく知られているように Schrödinger 方程式からきちんと導かれるものである．Schrödinger 方程式は場に対する方程式であるから，Newton 方程式を導くには何らかの近似をする必要がある．直感的にわかりやすいのは Ehrenfest の定理として知られているように，演算子 (座標と運動量) の期待値を取る事である．この手法により，Schrödinger 方程式から Newton 方程式が導かれている．そして Schrödinger 方程式は非相対論の近似をすれば Dirac 方程式から求められる事から，結局，Dirac 方程式から，Newton 方程式が導かれる事を意味している．

6.2.1 Dirac 方程式と重力ポテンシャル

逆に言えば，Dirac 方程式の中に重力ポテンシャルを入れられないとしたら，それは最もよく知られている重力ポテンシャルの場合の Newton 方程式が求められない事を意味している．この事より，Dirac 方程式の中に重力ポテンシャルを入れた方程式を考えるのは一番最初にされるべき最も重要な事である．この問題が未解決のままで重力の問題が議論されてきたために，重力問題の解決に対する正しい方向性を見失ってしまったと言える．恐らく，１９６０年代の多くの物理屋はこの問題をかなり深刻に考えていたと思われるが，ゲージ理論をあまりにも重要視されすぎたため，重力をゲージ理論以外で研究する方向はすべて退けられてしまったものであろう．

• **クーロン場の Dirac 方程式：** 重力ポテンシャル中の Dirac 方程式を議論する前に，クーロンポテンシャル $V_c(r) = -\frac{Ze^2}{r}$ 中の質点 (質量 m) に対する Dirac 方程式を書くと

$$\left(-i\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{\alpha} + m\beta - \frac{Ze^2}{r}\right)\Psi = E\Psi \tag{6.1}$$

となっている．一方，重力ポテンシャル $V(r) = -\frac{G_0mM}{r}$ の場合，もしクーロンと同じだとすると, 式 (6.1) と同様に

$$\left(-i\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{\alpha} + m\beta - \frac{G_0mM}{r}\right)\Psi = E\Psi \tag{6.2}$$

と書くことになる．しかしこの式はゲージ理論からきているため常に引力であるという保証をすることはできない．また，この場合に非相対論の極限をとって Newton 方程式を求めても，クーロンと同じで影響は全く現れない．

• **重力場の Dirac 方程式：** 実際問題として正しい方程式は

$$\left[-i\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{\alpha}+\left(m-\frac{G_0 mM}{r}\right)\beta\right]\Psi=E\Psi \tag{6.3}$$

であることが最近の研究によりわかっている．この場合，非相対論の極限をとると新しいポテンシャルが続々と現れてくる．そのうちの一つが重力付加ポテンシャルとなっている．しかしながら，これまでこのような重要な問題を未解決のまま放置していた事自体が，実は最も深刻な問題であると言えよう．

6.2.2 スカラー場によるポテンシャル

後で詳しく議論するように，新しい重力理論 (式 (6.6)) によって，式 (6.3) の Dirac 方程式が導出されている．すなわち，電磁場の場合とは異なっていたのである．この事は水星の近日点移動の問題を取り扱う時に，重大な効果を引き起こす事になる．それはクーロンポテンシャルの場合，非相対論の極限をとっても全く影響する事はなかったが，スカラーポテンシャルとして入ってくると，非相対論の極限において重力の付加ポテンシャルを新しく生み出すことになっている．これはベクトルポテンシャルによる Zeeman 効果の場合と同じ機構である．この新しい付加ポテンシャルが水星の近日点移動の問題を見事に解決している事がわかっている．

• **慣性質量と重力質量の等価性：** 重力に関する観測量として「慣性質量 m と重力質量 m の等価性」という非常に重要な物理量がある．この等価性は一般相対論の一つの根拠になったものであるが，そこでは仮定されており，導出はされていない．一方，新しい重力理論においては，この等価性が自然な形で証明されており，この理論が信頼される重要な理由の一つとなっている．

• **繰り込み理論：** 何故，スカラー場によって重力相互作用がうまく記述されるのかと言う問題はかなり難しく，実は繰り込み理論と密接に関係している．実際，この繰り込み理論を深く理解することが，この新しい重力理論を理解するための必須条件となっている．しかしこの繰り込み理論の解説はこの本では不可能なので，参考文献 [3] を読み進めて理解して頂きたいと思う．

6.3　新しい重力理論

重力の量子論を作るという事は物理的には何を意味しているのかをまず考える必要がある．最も基本的な意味は明らかである．それは，まずは，重力ポテンシャルがある時の Dirac 方程式をどのように書けるかという事である．これがすべての出発点になる．逆に言えば，これさえも出来なかったら，それ以上の重力理論を考える物理的な意味は無い．

現在良く使われている量子重力は重力場の量子化という意味を含み，そちらの方がより本質的であると考えている物理屋が多いように見受けられる．ところが，一般相対論は重力場に対する方程式ではなく，計量テンソルに対する方程式であり，そもそもその物理的な意味が不明である．さらに，一般相対論は動力学を記述する方程式とは無関係なため，重力場の下で運動する粒子の記述には無力である．まずは量子重力に関してその物理を明確にして行こう．そしてそのためには，粒子間の重力ポテンシャルを与える Lagrangian 密度を求めて，この Lagrangian 密度からの Lagrange 方程式から重力ポテンシャル中での粒子の運動を記述する Dirac 方程式を求めるという事が重力の問題を解くための最も重要な課題となっている．さらには，重力ポテンシャル中での新しい Dirac 方程式が求められた事に対して，その非相対論的な極限の方程式を求め，それを古典力学の方程式に持って行く作業を実行する必要がある．実際，このようにして Newton 方程式を求めたところ，新しい重力として付加ポテンシャルを含めた重力ポテンシャルは

$$V(r) = -\frac{GmM}{r} + \frac{1}{2mc^2}\left(\frac{GmM}{r}\right)^2 \tag{6.4}$$

と求められる．この第２項である重力付加ポテンシャルが水星の近日点移動，GPS 衛星の遅れ，そして地球の公転によるうるう秒の是正の問題をすべて解決している．また，この重力付加ポテンシャルは長い間，Newton 方程式のなかで議論されてきた重力ポテンシャルを修正した新しいポテンシャルとなり，これは１９世紀半ば以来の変更と言えるものと考えられる．

• **大雑把な大きさの評価**：　歴史的に言って相対論的効果を最初に具体的に検証したのは，Michelson-Morley の実験である．この場合，地球上で観測できる最も速いものは地球の公転速度であり，Michelson-Morley はこれを利用して光の速度が地球の公転速度の影響をどのように受けるかを検証したわけである．結果は良く知られているように，光速は地球の公転速度の影響を受けていな

く，光速不変の法則へと発展して行くのである．この時の相対論的効果は

$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 \sim 1.0 \times 10^{-8} \tag{6.5}$$

である事が光速 c と地球の公転速度 v を入れれば求められる．一方，水星の近日点移動 $(\Delta\omega/\omega \sim 5 \times 10^{-8})$ も地球の公転によるうるう秒の効果 $(\Delta T/T \sim 2 \times 10^{-8})$ も，ともに丁度，相対論的効果の大きさそのものである．従って，直感的に言ってもこれらの効果が相対論的な重力付加ポテンシャルによって再現される事は，至極当然の事と納得できるものである．

6.3.1　重力を含む Lagrangian 密度

重力を入れた理論を考える時，当然の事として，最も信頼されている量子電磁力学の理論体系に何とかこの重力の相互作用を組み入れる事が自然な事である．この場合，出発点として重要な事は，重力場を考える場合，これはゲージ理論では不可能であるという事である．その理由は簡単で，ゲージ理論だとその理論が持っている特性として，粒子間の相互作用は必ず斥力と引力の両方が現れてしまい引力だけが必要な重力理論には適していない．それでは重力場はどんな場であったら常に引力を与えるのであろうか？実はこの事は周知の事実である．重力の場が「スカラー場」であれば，その場を媒介とした相互作用は常に引力になっている．

• **具体的な Lagrangian 密度：**　ここで，具体的な Lagrangian 密度を書いておこう．質量 m を持つ質点 ψ が電磁場 A_μ と重力場 $\mathcal{G}$ と相互作用する場合の Lagrangian 密度は

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - e\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu\psi - m(1+g\mathcal{G})\bar{\psi}\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\upsilon\mu\nu} + \frac{1}{2}\partial_\mu\mathcal{G}\,\partial^\mu\mathcal{G} \tag{6.6}$$

と与えられている．ここで $\mathcal{G}$ は質量のないスカラー場となっている．それでは人々は何故このスカラー場による重力を考えなかったのだろうか？その答えは，恐らくは，スカラー場だと，繰り込みが出来ないと思い込んでいた事が主因であろうと思われる．

• **重力場はゲージ理論では不可能！：**　この数十年間，人々は基本的な相互作用の形はゲージ理論であるべきであるという根拠のない「信奉」に振り回されていた．量子電磁力学による繰り込み理論が大きな成功を収めたため，量子電磁力学の基礎であるゲージ原理が本質的であると思い込んだ節がある．ゲージ

原理自体は単に数学的なものであり，確かに物理にそれを応用して，特に量子電磁力学では予想以上に上手く行っている．しかしゲージ理論だとその力には引力と斥力が常に現れるため，引力だけの重力の記述にこのゲージ理論は応用できないため，その他の理論を考えるべきであることは，自明でもあった．

6.3.2 重力場の方程式

上記の Lagrangian 密度が決められると，重力場に対する方程式は Lagrange 方程式から求められる．この方程式は時間によっている方程式になっているが，外場である物質場が時間によらない場合は，一般に静的近似をする事が出来る．この場合，重力場 $\mathcal{G}_0$ に対する方程式は

$$\boldsymbol{\nabla}^2\mathcal{G}_0 = mg\rho_g \tag{6.7}$$

と求められる．この時，$m\rho_g$ は物質の密度に対応する．結合定数 g は重力定数と $G = \frac{g^2}{4\pi}$ により結びついている．これは，基本的には重力場に対する Poisson 型方程式になっていて，確かに観測されている重力場を再現できている．

6.3.3 重力場中の Dirac 方程式

上記の Lagrangian 密度から質量 m の質点に対して，重力場とクーロン力がある時の Dirac 方程式は

$$\left[-i\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{\alpha} + m\beta\,(1 + g\mathcal{G}) - \frac{Ze^2}{r}\right]\Psi = E\Psi \tag{6.8}$$

と求められる．ここで重力場が質量 M の原子核によって作られる時は

$$\left[-i\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{\alpha} + \left(m - \frac{GmM}{r}\right)\beta - \frac{Ze^2}{r}\right]\Psi = E\Psi \tag{6.9}$$

となり，前章で議論した重力場中の Dirac 方程式が得られている．これは非常に重要であり，基本的な Lagrangian 密度から質点に対する重力場下での Dirac 方程式が初めてしっかりと求められたことになっている．電子や陽子などの素粒子に対してこの重力場中の Dirac 方程式が重要になるような現象はそれ程無いかも知れない．可能性としては中性子星の表面での粒子の運動が相対論的になればあるいは必要になるかも知れない．しかし，後で見るように，この式を非相対論に直し，それを古典論に持って行くとこの時初めて重力場中での Newton 方程式が Dirac 方程式から矛盾無く求められた事になっている．

6.3.4 重力場中の Dirac 方程式の非相対論極限

重力場中の粒子に対する Dirac 方程式が

$$\left[-i\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{\alpha}+\left(m-\frac{GmM}{r}\right)\beta\right]\Psi=E\Psi \tag{6.10}$$

と求められた事より，その非相対論極限の方程式を求めて，それから新しい Newton 方程式を求める必要がある．この事により，重力ポテンシャルも変更を受ける事になる．そして新しく求められた重力付加ポテンシャルが水星の近日点移動と GPS 衛星の軌道の時間の遅れが矛盾なくに説明される事がわかるのである．さらには，地球の公転における遅れ具合も重力付加ポテンシャルは 0.621 秒/年 と予言しているが，これはうるう秒として観測されてきた観測値 0.625 秒/年 とぴったり合うのである．さらに月の後退が観測されているが，月の運動も当然，重力付加ポテンシャルの影響を受けており，実際，月の後退の観測値が理論計算と良く一致している事がわかるのである．

• **Foldy-Wouthuysen 変換：**　重力場中の Dirac 方程式の Hamiltonian は

$$H=-i\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{\alpha}+\left(m-\frac{GmM}{r}\right)\beta \tag{6.11}$$

で与えられる．この Hamiltonian を Foldy-Wouthuysen 変換して，非相対論的な Hamiltonian を求める事は難しい事ではない．この Foldy-Wouthuysen 変換はユニタリー変換なので，常に信頼できるものである．その結果だけ書くと，

$$H=m+\frac{\boldsymbol{p}^2}{2m}-\frac{GmM}{r}+\frac{1}{2m^2}\frac{GmM}{r}\boldsymbol{p}^2-\frac{1}{2m^2}\frac{GMm}{r^3}(\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{L}) \tag{6.12}$$

となる．興味があるのは，古典近似をした後のポテンシャルなので，因数分解仮説

$$\left\langle\frac{1}{2m^2}\frac{GmM}{r}\boldsymbol{p}^2\right\rangle=\left\langle\frac{1}{2m^2}\frac{GmM}{r}\right\rangle\left\langle\boldsymbol{p}^2\right\rangle \tag{6.13}$$

は，良い近似である．さらに，Virial 定理

$$\left\langle\frac{\boldsymbol{p}^2}{m}\right\rangle=-\langle V\rangle \tag{6.14}$$

を用いると最終的な重力ポテンシャルは

$$V(r)=-\frac{GmM}{r}+\frac{1}{2mc^2}\left(\frac{GmM}{r}\right)^2 \tag{6.15}$$

となる．第 2 項が新しい重力の補正項であり，Zeeman 効果と導出が似ている．電磁場の場合，クーロン力ではこのような非相対論の極限で新しい項は出てこないが，重力はスカラーで入っているので，このような新しい項が現れたのである．電磁場の場合ベクトルポテンシャルの部分は非相対論の極限をとると新しい項が現れてくる事は良く知られているが，重力の補正項もこれと似ていて新しい項が現れてくるのである．

• **相対論的な Newton 方程式：** 最近の研究 (半澤・藤田論文) により，Dirac 方程式から相対論的な Newton 方程式が直接求められる事が分かっている．この結果だけを書いておこう．

$$\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = e\boldsymbol{E} + e\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B} - \frac{m}{E}\boldsymbol{\nabla}\left(-G\frac{mM}{r}\right) \tag{6.16}$$

ここで E は粒子のエネルギーであり，この式は粒子が散乱状態の場合にのみ正しい式であり，束縛されている場合には使えないものである．E は粒子のエネルギーであり $E = \sqrt{\boldsymbol{p}^2 + m^2}$ と書かれている．ここで $E \simeq m$ と近似すると方程式は

$$\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} \simeq e\boldsymbol{E} + e\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B} - G\frac{mM}{r^3}\boldsymbol{r} \tag{6.17}$$

となり，通常の重力ポテンシャルに対応している．もう少し近似を上げると非相対論の場合，$E = m + \dfrac{\boldsymbol{p}^2}{2m} + \cdots$ と展開されるため，重力ポテンシャルに新しい重力付加ポテンシャルが現われる事がわかり，これは基本的には束縛状態の重力付加ポテンシャルに対応している．

6.4　新しい重力理論の予言

新しい重力理論が完成されて，その帰結として重力ポテンシャルに重力付加ポテンシャルがあらわれる事がわかっている．これは非常に小さい効果ではあるが，しかし実際の観測に掛かる程度の大きさである．この相対論的効果は大雑把に言って，地球の公転に対しては $\left(\frac{v}{c}\right)^2 \sim 1.0 \times 10^{-8}$ である事が光速 c と地球の公転速度 v を入れれば求められる．一方，水星の近日点移動 $(\Delta T/T \sim 5 \times 10^{-8})$ も地球の公転によるうるう秒の効果 $(\Delta T/T \sim 2 \times 10^{-8})$ も，ともに丁度，相対論的効果の大きさそのものである．従って，直感的に言ってもこれらの効果が相対論的な重力付加ポテンシャルによって再現される事は，至極当然の事と納得できるものである．

ここでは水星の近日点移動や地球のうるう秒に加えて，GPS 衛星や静止衛星の周期が重力付加ポテンシャルによってどれだけずれるかを評価しよう．また月の後退の事も簡単に解説して行こう．

6.4.1　重力付加ポテンシャルによる周期のズレ

新しい重力理論においては，通常の重力ポテンシャルに加えて新しい重力付加ポテンシャルが導出されている．従って，回転物体（例えば地球）が重力中心（この場合，太陽）から受ける重力ポテンシャルは全体で

$$V(r) = -\frac{GmM}{r} + \frac{1}{2mc^2}\left(\frac{GmM}{r}\right)^2 \tag{6.18}$$

と書かれている [3]．右辺の第 2 項が重力付加ポテンシャルである．ここで G と c は重力定数と光速，M は重力中心の質量, そして m は回転物体の質量である．この場合の Newton 方程式はすぐに解くことが出来て，重力付加ポテンシャルを考慮した場合の周期 T は

$$\omega T \simeq 2\pi\{1 + (2 - \varepsilon)\eta\} \tag{6.19}$$

となる．ここで η は

$$\eta = \frac{G^2M^2}{c^2R^4\omega^2} \tag{6.20}$$

と書かれている．この式で R は平均軌道半径，ω は角速度で Newton 周期 T と $\omega = \frac{2\pi}{T}$ と結びついている．また，ε は天体軌道の離心率である．ここで離

心率 ε の具体的な数値を挙げておこう．水星の場合，$\varepsilon = 0.206$ で比較的大きいが，GPS 衛星 ($\varepsilon = 0.005$) や地球の公転 ($\varepsilon = 0.0167$) では事実上ゼロとして十分である．この事より，重力付加ポテンシャルにより引き起こされる効果として周期のズレは

$$\frac{\Delta T}{T} = (2 - \varepsilon)\eta \tag{6.21}$$

である [2, 3]．式 (6.21) の分母にでている T は Newton 周期と近似して十分である．この式より，正しい周期が Newton 周期よりも常に大きくなっているので運動は「周期の遅れ」に対応している．また，式 (6.19) の第 2 項は

$$\frac{\Delta \omega}{\omega} = (2 - \varepsilon)\eta \tag{6.22}$$

とも書くことができる．このように角速度で測定した場合，新しい重力付加ポテンシャルの効果は「角速度の進み」に対応している事がわかる．

6.4.2 水星の近日点移動

水星の近日点移動の問題も少し触れておこう．水星の近日点移動の観測値はもともとは角速度 ω のズレとして測定されたものと考えられている．現実の測定を考えた場合，確かに角度そのもののズレを測定する事は困難であるが，角速度のズレの観測は可能であると考えられる．しかし，現在まで水星の近日点移動は角度のズレとして扱われているため，色々な意味での混乱が生じているが，ここではこれまで通り角度のズレで見て行こう．この場合水星の近日点移動の観測値は

$$\Delta\theta \simeq 42\,'' \ \ \text{per} \ \ 100 \text{ year} \tag{6.23}$$

である．水星の周期は 0.24 年であるから一周回るごとの近日点移動比 $\delta\theta_{obs}$ は

$$\boxed{\delta\theta_{obs} \simeq \frac{42}{3600} \times \frac{1}{360} \times \frac{0.24}{100} \simeq 7.8 \times 10^{-8}} \qquad \text{となる．}$$

一方，重力付加ポテンシャルによるズレの理論計算では

$$\eta = \frac{G^2 M^2}{c^2 R^4 \omega^2} \simeq 2.65 \times 10^{-8} \tag{6.24}$$

となる．ここで，水星の軌道半径と太陽質量は

$$R = 5.73 \times 10^{10}\ \mathrm{m}, \quad M = 1.989 \times 10^{30}\ \mathrm{kg} \tag{6.25}$$

である事を用いている．これより近日点移動比の理論値 $\delta\theta_{th}$ は

$$\boxed{\delta\theta_{th} \equiv \left(\frac{\Delta\omega}{\omega}\right)_{th} \simeq 4.8 \times 10^{-8}}$$

となり観測値と良く一致している．水星の近日点移動の観測値が１００年間における移動の観測値である事を考えれば，この理論と実験の一致は非常に良いものである．

6.4.3 地球公転周期のズレ（うるう秒）

地球公転の場合，軌道半径 R，太陽の質量 M それと角速度 ω はそれぞれ

$$R = 1.496 \times 10^{11}\ \mathrm{m}, \quad M = 1.989 \times 10^{30}\ \ \mathrm{kg}, \quad \omega = 1.991 \times 10^{-7} \tag{6.26}$$

である．ポテンシャルによる周期のズレは

$$\frac{\Delta T}{T} = (2 - \varepsilon)\eta \simeq 1.981 \times 10^{-8}$$

である．従って１年間における地球公転周期は

$$\Delta T_{Orbital\ \ Motion} = 0.621\ \ \mathrm{s/year} \tag{6.27}$$

だけ大きくなっているため，これは確かに遅れになっている．従って，この事はうるう秒の補正が必要である事を示している．実際，うるう秒の補正は１９７２年６月から始まりこれまで４０年間に２５秒補正している．従って１年間での観測値は

$$\Delta T^{Obs}_{Orbital\ \ Motion} \simeq 0.625 \pm 0.013\ \ \mathrm{s/year} \tag{6.28}$$

である．これは式 (6.27) の理論値と完全に一致している．

このうるう秒の起源は地球の公転運動から Newcomb が定義した正確な秒時間と原子時計による精密測定による秒時間が少しずれているという事からきている [9]．すなわち Newtonian 時間がほんの少しだけずれてしまうという事であり，これはそのままポテンシャルの影響そのものである事がわかる．

6.4.4 GPS 衛星の周期のズレ

GPS 衛星 (Global Positioning System) の場合，軌道半径 R，地球の質量 M それと角速度 ω はそれぞれ

$$R = 2.6561 \times 10^7 \text{ m}, \quad M = 5.974 \times 10^{24} \text{ kg}, \quad \omega = 1.4544 \times 10^{-4} \tag{6.29}$$

である．これより

$$\left(\frac{\Delta T}{T}\right)_{theory} = 3.38 \times 10^{-10} \tag{6.30}$$

となり，この分だけ周期が長くなっている．このため，Newton 軌道から推測した時間からはこれに対応する時間だけ遅れる事になる．

GPS 衛星時計の遅れ

衛星側の内蔵時計では毎秒 100 億分の 4.45 秒を遅れとして補正されている [8]．これは

$$\left(\frac{\Delta T}{T}\right)_{GPS} = 4.45 \times 10^{-10} \tag{6.31}$$

に対応している．但し，衛星の時計をこの量だけ遅らせたのは一般相対論の効果とされているが，その計算の理論的根拠は不明である．通常の一般相対論による周期のズレの計算では $(\frac{\Delta T}{T})_{GR} \simeq 0.10 \times 10^{-10}$ となり，これよりもはるかに小さい値である．それにもかかわらず，この内蔵時計で採用されている遅れの値 (100 億分の 4.45 秒) は式 (6.30) の値より３０％大きいだけであり，確かに大雑把な遅れをうまく表現している，しかしながら，さらに言えばこの補正が３０％程大きすぎるため，地上でも補正せざるを得ないものとなっている．現実問題として地上の基地局では地上補正をしていると言われているが，地上での補正がどの程度なのかの具体的な数値は明らかにされてはいない．

• **GPS 衛星軌道のズレ：** 今，GPS 衛星の角度のズレの式は $\Delta\theta = 2\pi(2-\varepsilon)\eta$ である．これより１年間で GPS 衛星のズレを地上で測ったとすると $\Delta\ell_{GPS\ (one\ year)} = \Delta\ell \times 2 \times 365.25 \simeq \boxed{9.93 \text{ m}}$ だけ遅れる事になる．これは１年間で $\Delta\ell_{GPS\ (one\ year)} = \Delta\theta \times R \times 365.25 \simeq \boxed{41.4 \text{ m}}$ だけずれる事を意味している．サイエンスとしてみると，GPS 衛星の軌道が Newton 軌道からどれだけズレるかをきちんと測定する事が大切であり，その事は GPS 衛星の情報を総合的に検証する事ができれば，現在でも十分可能な事である．

6.4.5　静止衛星の周期のズレ

静止衛星 (Geostationary Satellite) の場合，軌道半径 R，地球の質量 M それと角速度 ω はそれぞれ

$$R = 4.216 \times 10^7 \text{ m}, \quad M = 5.974 \times 10^{24} \text{ kg}, \quad \omega = 7.29 \times 10^{-5} \tag{6.32}$$

である．これより

$$\left(\frac{\Delta T}{T}\right)_{theory} = 2.115 \times 10^{-10} \tag{6.33}$$

となり，この分だけ周期が長くなっている．従って，１年では

$$\Delta T_{one\ year} = 6.675 \times 10^{-3} \text{ s/year} \tag{6.34}$$

となっている．今，地上でみたらこの静止衛星がどれだけずれるかの計算を行う．１周期あたりの静止衛星の角度のズレは

$$\Delta\theta = 2\pi \times (2 - \varepsilon)\eta = 1.330 \times 10^{-9} \tag{6.35}$$

である．よって１周期あたりに静止衛星が地上でずれる距離は

$$\Delta\ell = \Delta\theta \times R_e = 8.47 \times 10^{-3} \text{ m} \tag{6.36}$$

これより１年間で静止衛星が地上でずれる距離は

$$\Delta\ell_{GS\ (one\ year)} = \Delta\theta \times R_e \times 365.25 \simeq 3.09 \text{ m} \tag{6.37}$$

であり，この分だけ遅れる事になる．これは静止衛星の軌道が１年間で

$$\Delta\ell_{GS\ (one\ year)} = \Delta\theta \times R \times 365.25 \simeq 20.4 \text{ m} \tag{6.38}$$

だけずれる事を意味している．

静止衛星側の内蔵時計の補正が行われているかどうかわからないが，もし毎秒 100 億分の 2.12 秒の遅れが補正されていれば地上での補正は不要である．ただし，静止衛星の場合，そのデータを送信する事が目的なので，内蔵時計の補正は恐らくは必要ではないと考えられる．

6.4.6　月の後退

月も重力付加ポテンシャルの影響を受けている．ここでは，このズレの量が月の軌道の後退と関係している事を示し観測量と比較しよう．実際，月は１年間に 3.8　cm 後退している事が観測されている．

月の軌道の場合もズレを表す式はおなじである．ここで η は

$$\eta = \frac{G^2M^2}{c^2R^4\omega^2} \tag{6.39}$$

である．月の場合，軌道半径 R，地球の質量 M それと角速度 ω はそれぞれ

$$R = 3.844 \times 10^8 \ \ \mathrm{m}, \ \ M = 5.974 \times 10^{24} \ \ \mathrm{kg}, \ \ \omega = 2.725 \times 10^{-6} \tag{6.40}$$

である．これより

$$\frac{\Delta T}{T} = 2.14 \times 10^{-11} \tag{6.41}$$

となる．今，月がその軌道からどれだけずれるかの計算を行う．角度のズレの式は　$\Delta\theta = 2\pi(2-\varepsilon)\eta$　だから，今の場合の軌道のズレ $\Delta\ell_m$ は 1 周期につき $\Delta\ell_m = R\Delta\theta \simeq 0.052 \ \ \mathrm{m}$　となる．よって１年間で月のズレは

$$\Delta\ell_{m\ (one\ year)} = \Delta\ell_m \times \frac{3.156\times 10^7}{2.36\times 10^6} \simeq 69.5 \ \ \mathrm{cm}$$

だけ軌道が遅れる事になる．

• **月の後退：**　月の軌道は楕円なのでこの軌道のズレは後退したように見える部分がある [10]．軌道の式は

$$r = \frac{R}{1+\varepsilon\cos\theta} \tag{6.42}$$

で与えられるとして十分である．今，月の場合，離心率 $(\varepsilon = 0.055)$ は十分小さいので上の式を ε で展開すると

$$r \simeq R(1-\varepsilon\cos\theta) \tag{6.43}$$

となる．従って，軌道のズレ Δr は $\theta \simeq \frac{\pi}{2}$ の時を見ると１年間では

$$\Delta r \simeq R\Delta\theta\ \varepsilon \simeq \Delta\ell_{m\ (one\ year)}\ \varepsilon \ \simeq \ 3.8 \ \ \mathrm{cm} \tag{6.44}$$

となっている．一方，月の後退の観測値 Δr_m^{obs} は

$$\Delta r_m^{obs} \simeq 3.8 \ \ \mathrm{cm} \tag{6.45}$$

と観測されている．これは計算値と良く一致している．

この月の後退の測定はドップラー効果を用いた場合，この精度で可能であると思われる．しかし，月と地球の絶対距離の測定から 3.8 cm を求める事は不可能である．それは光速の精度が

$$c = (2.99792458 \ \pm 0.000000012) \times 10^8 \ \ \mathrm{cm/s} \tag{6.46}$$

であり，８桁の精度しかないのであるが，月と地球の絶対距離 $R = 3.85 \times 10^8$ cm と比べて $\Delta r_m^{obs} \simeq 3.8$ cm は１０桁目であるため直接測定は不可能である．

また，もし本当に月が後退しているとしたらエネルギー保存則が局所的にせよ破れる事に対応している．月の運動の全エネルギーを E とした場合，エネルギーのズレ ΔE は

$$\Delta E \simeq -2E\frac{\Delta r_m}{R} \tag{6.47}$$

となり，E が負である事から，エネルギーが増える事に対応している．しかも破れているレベル $\delta \equiv \frac{\Delta E}{E}$ が $\delta \sim 10^{-10}$ では物理的に到底容認できる事ではない．

第7章　宇宙論

長い間，２０世紀以前の世界における西欧的 (そしてそれはキリスト教的) 世界観では，絶対者 (神) の存在を常に仮定していた．このため，最終的なレベルでは全ては決定されるべきであるとする「決定論的な世界観」が主流であった．この考え方は古典力学とは矛盾していない．それは力学による軌道は，もし厳密に (神のように) 解ければすべての事象は時間の関数として決定されることになっていて決定論的な概念と一致しているからである．

しかし残念ながら，古典力学は近似の方程式であり，厳密に正しいという方程式ではない．これは決定論的な世界観の破綻を意味している．現実の物理法則は確率的であり，生物の進化自体も多分に確率的な意味合いが強いものである．その意味においても，進化論的な世界観が現実的であり，今後の方向を指し示している．

7.1　これまでの宇宙論

宇宙論を展開しようとすると，素粒子の振る舞いを記述している場の量子論に対する正確で深い理解が要求されることになる．それは星などを形成している物質は基本的に素粒子であり，従ってその間の基本的な相互作用を正確に理解していることが最低条件となっている．この場合，量子電磁力学，強い相互作用，弱い相互作用そして重力が基本的な相互作用である．これらすべてが重要であることは明らかであるが，星や銀河の形成に関しては重力がとくに重要であることは言うまでもないことである．ところが，この最も重要な重力の相互作用がこれまで正確には理解されていなかったのである．この主な原因が一般相対論にあることは明らかであろう．この一般相対論という奇妙な理論に対して，アインシュタイン本人が重力の理論であると主張したため，その後の大半の物理屋は一般相対論が重力を記述していると思い込んでしまったのであろう．しかしながら，一般相対論は計量テンソルに対する方程式であり，重力場に対する方程式ではない．彼は計量テンソルの時間成分 g^{00} に対して

$g^{00} \simeq 1 + 2\phi_g$ と仮定してこの ϕ_g が重力場であるとしている．ところがこの方程式では，何故，計量テンソルの時間成分 g^{00} に対して，このようにおけるのかと言う物理的な理由がどこにもない．さらに後で議論するように，この式は物理的に無意味な式であることが証明されている．従って現在，これまでの宇宙論の修正が余儀なくされる状況になっているのである．

7.1.1　天地創造とビッグバン模型

旧約聖書には天地創造の話が出てくるが，それは天地は神が創造したということが西欧における宗教の出発点になっているからであろう．ここではその詳しい話をする必要はないが，この天地創造の考え方がやはりビッグバン模型の出発点になっていることは注目すべき点である．ビッグバン模型が科学の世界において割合簡単に受け入れられてしまった事実は，どう見ても，この西欧における宗教的な思想と無関係ではないと考えられる．

物語として，無から天地が創造されるのは神がいれば不思議な事ではないかも知れない．しかし，自然現象と捉えたら，これは不思議以上の事で，到底，物理学としては受け入れる事が出来ない現象である．ところがビッグバン模型が物理学で人々に受け入れられてしまったのである．この模型は最初，ガモフがおもちゃの模型として提唱したものであるが，背景輻射の存在が実験的に観測されてから一気に現実的な模型として議論されてしまったのである．さらにそれに加えて，一般相対論がそのビッグバン模型と合体したため，この上なく奇妙でわかりにくい理論体系が出現してしまったものである．一般相対論では空間が膨張するという言い方をしていて，これによりこの膨張宇宙の現象を理解できるのだと主張している．ところが，それではその時に「銀河も一緒に空間にくっ付いて膨張したのか？」という質問に対して専門家は誰も答えようとしなかったのである．それどころか，このような基本的な疑問さえも議論された形跡がないのであるが，これは到底，科学的とは言えないレベルの理論模型なのである．

さらに言えば，宇宙の背景輻射がビッグバン模型の重要な証拠として受け入れられてきているが，宇宙における星の密度分布は非常に希薄であり，この状態で，何故，フォトンが熱平衡のような状態として残り得るかという問題が検証されていない．しかも，フォトン—フォトン相互作用は理論的にも実験的にも存在が確認されてはいないし，存在したとしても極めて弱い相互作用であろうと考えられている．この事を考慮すれば，現在の宇宙において，背景輻射のフォトンが 2.7K の温度を持っている事実は，フォトンがこの１５０億光年の

宇宙空間に何か異常な形で閉じ込められているとでもしない限り，到底，理解出来る事ではない．この背景輻射の問題は新しい宇宙論では重要な役割を担うことになるので，記憶しておいて欲しい．

7.1.2　一般相対論による宇宙論

これまで，様々な宇宙模型が提案されている．これらをきちんと科学史的に解説することは著者ができることではない．特に，２０世紀以前の宇宙論は階層構造を主力とした宇宙論が様々な形で提案されているが，その解説は科学史家がすでに行っている事でもあろう．

• **一般相対論による宇宙論**：　ここでは一般相対論による宇宙論について簡単な解説を行うが，これは主としてこの半世紀間に議論された宇宙論と言うことになる．一般相対論は質量分布が存在するとそれに応じて時空の計量が変更を受けると言うものである．時空の計量が変わると何故，宇宙論を議論できるのかと言う基本的な問いかけはこれまでほとんどされていなく，誰かが「空間の膨張解」と主張すれば，それはそういうものだと人々に受け入れられてきたのであろう．

• **宇宙の創生と膨張**：　一般相対論による宇宙論の出発点は「点からの宇宙の創生」にある．ある時点でこの宇宙が点から作られたと仮定することから始まっている．何故，点から出発する必要があったのかという問題は明らかであろう．もし，有限のサイズから宇宙が膨張したとすると，そこには固有の定数スケールが存在することになってしまい，考えている模型が破綻してしまうからである．

• **宇宙創生のシナリオ**：　そしてこの宇宙創成のシナリオはビッグバン模型に従っている．但し，一般相対論は時空の計量についての方程式であるため，星や銀河の形成などには無力である．この宇宙論で最も重要な点は，宇宙創成と同時に空間が膨張したとする方程式の解である．しかしながら，その解として人々が解説する「空間の膨張」という物理的な意味がどのように想像しても良くわからない．アインシュタイン方程式の中には対応する定数スケールが存在しないのである．従って，膨張と言われても，それが「点」と比べてどのように大きくなったのかという測定スケールがわからない．現実には,「点」に何を掛けてもやはり点であり，膨張という意味が不明である．

7.1.3 宇宙の膨張

宇宙が点から膨張したというビッグバン模型の提唱者達の主張は，物理的には実際は沢山の銀河が全体として膨張しているというものである．しかしこれは空間の膨張ではない．それ以上に科学的に言って，空間が膨張するという物理的な意味が理解できない．これまで人々は，その空間の膨張を何故わかったと思い込むことができたのであろうか？実際，ビッグバン模型で宇宙が膨張したと言う事と銀河が膨張したことを同じ現象として捉えているが，その場合の専門家達は銀河が空間にくっ付いて膨張したと考えているのであろう．宇宙の膨張において空間と銀河が同時に膨張したという考え方は科学ではない．これは読者や著者のみならず，物理の専門家もしっかり考えるべき問題である．

• **銀河の膨張：**　この宇宙の膨張シナリオで，一般相対論は空間の膨張に関して主張したのであるが，この場合の宇宙論では銀河もその空間膨張と一緒に膨張したと仮定されている．ビッグバンの初期の状態で膨張したのは素粒子であると仮定されているのだが，それがいずれ星や銀河に成長して行くと考えたのがビッグバン宇宙論による銀河形成のシナリオである．但し，この場合，すでに粒子ー反粒子の世界から粒子だけの世界になったとした結果である．この仮定は，現在，陽子崩壊が起こらないことが実験で確認されているため，物理的には正当化できないことが証明されている．

しかし，ともかくこの粒子だけの世界になったとして，それが銀河を形成するためには何らかの異方性が必要である．ビッグバンでは点から創生されたと仮定されたため，完全な対称性があり，銀河ができるためには何らかの「核」になる要素が必要であったのである．しかしながら，それを見つけることはできず，さらに統計的なゆらぎでは到底，銀河形成は不可能であることが知られていたため，この銀河形成がビッグバン模型の最大の欠陥であると考えられてきたし，現在もその謎は解けていない．

• **物理学と宇宙論：**　これだけ多くの問題点を抱えていたのにもかかわらず，それでもビッグバン宇宙論が支持されてきたのは物理学の立場からしたら異常であり不思議でもある．それはすなわち，宇宙論が物理学 (科学) になっていなかったと言うことであろう．それぞれの議論を追ってゆくと，一般相対論に根差した宇宙論はどう見ても科学的ではなく，完全に SF 的 (scientific fiction) である．だからこそ，多くの人々が興味を持ちまたその議論に加わったのであろう．宇宙論の議論には重力理論が本質的である．このため、重力場の理論体系をきちんと理解できない限り宇宙論の議論は不可能である．現実問題として，重力場の理論が発見されたのはごく最近の話である．さらに，残念ながら一般

相対論は重力理論ではなく，座標系に対する方程式 (理論体系) である．実際，一般相対論は重力の相互作用に関して，それが引力である事さえも証明できないものである．しかしながら，重力理論は一般相対論だけであるという思い込みが物理学者の間に蔓延していたため，この奇妙な理論がそのままずるずると生き続けてきたということであろう．ただし，一般相対論が重力理論であると主張したのはアインシュタイン本人であり，必ずしもその後の物理学者の問題とは言い切れないとは思う．いずれにしても，この半世紀間の宇宙論はほとんど進展はなく，これら多くの重大な課題を抱えたまま現在に至っている．

7.1.4　一般相対論と重力理論の関係

この節は第５章の記述と重なっているが重要なので繰り返して書いておこう．一般相対論がこれまで信じられてきた主な理由はアインシュタイン方程式から重力場のポアソン型方程式

$$\boldsymbol{\nabla}^{\mathbf{2}}\phi_g(\boldsymbol{r}) = 4\pi G_0 \rho(\boldsymbol{r}) \tag{7.1}$$

が導出されると考えられていたからである．ところがこの導出を証明することは実は不可能である．それは、その証明には物理的に正当化できない方程式が仮定されているからである．その式とは

$$g^{00}(x) \simeq 1 + 2\phi_g \tag{7.2}$$

である．こうすると確かに重力ポアソン型方程式が導出されることが簡単に確かめられる．

• **力学変数と座標系：**　ところが，この仮定の式 (7.2) は物理的に無意味である事がすぐにわかる．それは，計量テンソルは座標系であるのに対して，重力場 ϕ_g は力学変数である事に依っている．この場 ϕ_g は無次元ではあるが、しかし空間と時間は異なっているため単位系としては別の物理量となっているからである．実際，この ϕ_g の単位は $[\mathrm{m \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}}]$ となっていて，これに数字の１を足すことはできない．これは異なるカテゴリーを足し算しているため，どのように頑張っても物理学の式として承認することには無理がある．

• **カテゴリー違いの足し算：**　問題となっている式 (7.2) について，もう少し詳しく具体的な例題をあげながら見て行こう．今 $g^{00}(x)$ を $g^{00}(x) \simeq 1 + v$ として，v は何かの速度としてみよう．この場合，v は無次元量ではあるが力学変数であり，具体的には $[\mathrm{m \cdot s^{-1}}]$ の単位で表されている．従って「1」は単な

る数字であり，これに速度を足し算することはできない．

• **致命的な欠陥：**　繰り返すが $g^{00}(x)$ の右辺の1は座標系の単なる数字であり，ϕ_g は力学変数である．よってこの足し算は成立しない．これは時間と空間の次元は同じであるが，単位は異なる事実を誤解した事から生じた間違いである．しかしこの式 $\boxed{g^{00}(x) \simeq 1 + 2\phi_g}$ を認めたため，一般相対論が重力理論であると人々は思い込んできたことは事実である．

7.1.5　今後の重力理論

上記に見たように，一般相対論が重力理論と無関係であることが証明されている．幸い，新しい重力理論がこれまでの重力関係のすべての観測結果を矛盾なく説明していることがわかっている．

• **慣性質量と重力質量の等価性：**　とくに、第6章で解説したように、新しい重力理論により慣性質量と重力質量の等価性が自然な形で証明されている。歴史的に見ても，この等価性の証明の事実は非常に重要であることがわかる．

• **正しい重力場ポアソン型方程式：**　重力場のポアソン型方程式 (7.1) の右辺には結合定数の2乗である G_0 が現れている．しかしこれだと重力が相互作用として記述はできてはいないことを示している．相互作用であるならば必ず、$G_0 = \frac{g^2}{4\pi}$ とした時に、この g がポアソン型方程式の右辺に出てくる必要がある．相互作用する2個の質点の両方から結合定数 g が出てくるからである．実際、新しい重力理論により求められたポアソン型方程式 (6.7) の場合，確かに g が右辺に現れていて相互作用であることを明確に表している．

7.2　新しい宇宙論

現在までに，自然界を記述するべく基本的な相互作用の理論形式が事実上，量子場の理論として完成されたと考えてよい．この理論体系は４個の相互作用から成り立っており，それらは量子電磁力学，弱い相互作用，強い相互作用そして重力相互作用である，このことより，この新しい場の理論模型を基礎とした宇宙論を展開することが初めて可能になっている．特に，これまで場の理論としての重力理論がなかったため，銀河形成にしてもそれ以上の宇宙全体のスケールの議論が困難であったが，現在はそれが可能となっている．

ここで展開している宇宙論のシナリオは現代場の理論に基礎をおいている．これはまだまだ荒っぽさの残るものではあるが，しかし本質的な点では正しいものとなっている．最も重要な出発点は，この宇宙における基本的構成要素である素粒子 (陽子と電子) の寿命が無限大であるという実験事実である．これがビッグバン模型との本質的な違いであり，このことは宇宙の存在が無限に遠い過去からのものであることを示している．すなわち，この宇宙がある時，何処かで突然創生されたなどと言うことはあり得ないものである．

7.2.1　安定な素粒子と無限の過去

前述したように，新しい宇宙論において最も重要な出発点は構成要素である素粒子 (陽子と電子) が安定であると言うことである．これは実験的にも確立されており，従って，無限の過去からこれらの構成要素は存在していたことになっている．このことが新しい宇宙論を考える上で最も重要な点である．しかしながら，我々は「無限の過去」ということが理解できるわけではない．これはあくまでもそのように仮定せざるを得ないと言うことである．この宇宙はどのような形であれ無限の過去から存在していたということからすべての宇宙論は始める必要がある.「無限の過去」という事実は理解を超えているが，しかしこのことにより宇宙論を初めて科学的に展開できるものとなっている．

• **有限宇宙の導入：**　今後，宇宙全体は無限であるとする宇宙論を議論してゆくため，我々のこの宇宙の事を「有限宇宙」と呼ぶことにしよう．この有限宇宙には数千億個の銀河系が存在しているものと考えられているが，その数自体に特に意味があるわけではない．大切なことは，この有限宇宙が全宇宙には無限個あると言うことである．

7.2.2 有限宇宙の大きさと力学方程式

これまで人々はこの有限宇宙の大きさをハッブルの法則 $(v = Hd)$ から決めている．その場合，有限宇宙の大きさ d はハッブルの法則において v が最大になるとき，すなわち $v = c$ の時が最大の時であり，これがこの有限宇宙の大きさを示していると仮定されている．従って，$\boxed{d \simeq \frac{c}{H} \simeq 135 \text{ 億光年}}$ と求められていて，これがこの有限宇宙の大きさであると言われている．しかしこれはあまりにも単純すぎる計算である．実際問題としては，有限宇宙が爆発し，それに応じて銀河が膨張して行く動力学をきちんと解く必要がある．しかしながら第0次近似での評価としては，この値を受け入れても良い可能性はある．

• **有限宇宙の力学方程式：** この有限宇宙の大雑把な大きさを決定するには，有限宇宙の力学方程式を設定することであろう．最も単純化した模型として，この有限宇宙全体が爆発したところから始める計算をしてみよう．この有限宇宙全体の質量を M_U としてそこから飛び出して行く星の質量を m_s としよう．銀河の衝突のところで議論したように，この場合も1次元のニュートン方程式となる．今の場合，脱出しようとしている星に対するニュートン方程式は

$$m_s \ddot{x} = -\frac{G m_s M_U}{x^2} \tag{7.3}$$

となっている．これよりエネルギー保存則 $\boxed{E = \frac{1}{2} m_s \dot{x}^2 - \frac{G m_s M_U}{x}}$ が求まる．大雑把な有限宇宙の大きさはこのダイナミックスより求められると考えてよい．ただし，初期値をどのように選んだらよいかと言う問題は任意性が大きくて，簡単ではないであろう．最終的には有限宇宙ファイアボールの動力学を解く必要があるものと思われる．星が有限宇宙ファイアボールから脱出する速度を v_0 としよう．この時のファイアボールの半径を R_f とすると $\boxed{E = \frac{1}{2} m_s v_0^2 - \frac{G m_s M_U}{R_f}}$ となっている．ここで，初期条件をどうとるかが非常に難しい問題であるが，v_0 は光速に近いものと考えられる．そのため，エネルギー保存則における運動エネルギーを修正する必要がある．相対性理論だとエネルギー保存則の式は $\boxed{E = \frac{m_s c^2}{\sqrt{1-\frac{v_0^2}{c^2}}} - m_s c^2 - \frac{G m_s M_U}{R_f}}$ と修正される．但し，さらに厳密に行うとニュートン方程式を相対論的に書き直した式 (半澤一藤田の式) を用いる必要があるが，これは今後の課題としよう．

7.3　無限宇宙の模型

宇宙模型として宇宙には限りがないという「無限大の宇宙模型」を考えて行くとき，その基礎となる観測事実はいくつかある．そのうち，構成粒子である陽子と電子の安定性が最も重要である．また「宇宙の背景輻射」も重要な観測事実であると言える．これらの観測事実を基にすると，宇宙が無限大であると言うことを出発点にすることが最も科学的であることがわかる．

7.3.1　有限宇宙の爆発 (宇宙ファイアボール)

この我々の宇宙 (有限宇宙) が百数十億年以上前に爆発したと仮定することは，恐らく，科学的に言っても充分に道理にかなっていると考えられる．但しこの百数十億年という数値自体にあまり意味はない．この爆発の仮定は有限宇宙の膨張 (銀河の膨張) という観測事実と関係している．沢山の銀河を観測するとそれらが互いに膨張していることがわかっている．この有限宇宙においてはそれぞれの銀河が互いに遠ざかっている証拠でもある．しかしながら，沢山の銀河がどのように膨張して行くかと言う動力学はハッブルの法則からでは良くわからない．さらに付け加えると，遠くの銀河がより高速で遠ざかっていると言う事実は，遠くの銀河ほど昔の状態の銀河を見ている事になっていることも考慮する必要がある．それは遠くの銀河から届く光はそれだけ時間が掛かっているからである．これは遠くの銀河は爆発の初期の段階を示していることに対応している。すなわち，宇宙ファイアボールの初期段階の銀河は高速で膨張していることを意味している．

• **有限宇宙の膨張の停止：**　この銀河群の膨張はいずれは必ず重力による引力により停止する事になる．そしてこれらの銀河は次第に融合してゆく．それが大雑把に何時ごろであるかは，ある程度は計算出来ると思うが，あまり興味が湧く事でもない．しかしながら，膨張が止まった段階で，沢山の銀河は少しずつ融合しながら，より大きな銀河団を作って行く事であろう．そしてそれを繰り返す事により，最終的には，２個か３個の大銀河団になって行き，それらが最後の衝突を起こす事になるであろう．

• **宇宙ファイアボール：**　その最終的な衝突で作られた物を「宇宙ファイアボール」と呼ぶ事にしよう．この宇宙ファイアボールの状態は非常に熱いものになっている事と考えられ，それは恐らくはこれまで考えられて来たビッグバンの状態の内でバリオンと電子の世界になった状態に似ているものと考えられ

よう．従って，この場合は最初にヘリウムまでは作られるであろうが，その後はやはり急速に冷えて行き，重い原子核の生成はこの宇宙ファイアボールの段階では，作り難いものであると考えても矛盾は無いものと思われる．

7.3.2　前有限宇宙の残骸

この新しい宇宙論によると，銀河と有限宇宙の形成は繰り返す事になる．この有限宇宙の形成は約１５０億年程の昔に大方作られたものと考えられているが，それではその前の有限宇宙はどうであったのであろうか？恐らくは，今の有限宇宙の様に沢山の銀河が融合して宇宙ファイアボールになったと考えられるが，何か，その爆発の「残骸」に対応するものがあれば，よりわかり易いと思われる．

• **有限宇宙爆発の残骸：**　その残骸に対応するものとして考えられるものは，やはり銀河の大構造であろう．この銀河の大構造に関する詳しい内容は，宇宙物理学の専門書を参照していただく事にしたいが，銀河団の空間的分布がある所でかなり偏っているという事である．それはまるで壁を作っている様に並んで見える場合が観測されているのである．これは，最終段階の銀河団の衝突の仕方と密接に関係しているものと思われる．

7.3.3　銀河の融合と有限宇宙の爆発

それではこの有限宇宙の膨張はどうなって行くのであろうか？ハッブルの法則で見たように，遠くの銀河の速度が速いことはその銀河の昔の状態を見ていることになっている．すなわち，昔の状態ほど銀河の膨張速度が大きいと言う事は，逆に言えばその後，膨張速度は弱まっていることを示している．銀河はその後，それぞれが次第に融合して行くことになるであろう．それがどのように融合するのかと言う問題は多体問題であり，極めて難しいものである．

すべての銀河がいずれ融合して行くことは，現在の重力理論を含む場の理論からしたら明らかなことである．しかしその融合がどのような形で全体の爆発に至るのかという動力学を解く事は非常に難しいものと思われる．実際問題として，その融合・爆発を星のレベルで取り扱うか，銀河のレベルでよいのか，それとも，粒子描像まで下がって扱う必要があるのか，この辺の問題から解決して行く必要があろう．いずれにしても，この「宇宙ファイアボール」の形成の議論に関しては，今後の研究に期待しよう．

7.3.4　無限の過去・未来と無限の空間

この新しい宇宙論の描像によれば，無限に遠い過去から無限に遠い未来まで同じ事（銀河と有限宇宙の生成）を繰り返してきたし，また将来も繰り返す事になる．それでは，無限の過去・未来とは一体何なのであろうか？これこそは，確かに永遠の課題であろう．しかし，はっきりしている事は，人間は有限量しか理解出来ないのである．無限と言葉で言っても，実際は何もわかっている訳ではない．数学者に言わせれば，人間は所詮数える事しか出来ないのであるという事になる．そして，脳科学者に言わせれば，人間の脳はせいぜい１兆個の脳細胞により思考しているから，無限の過去・未来を理解する事は不可能であるという事になる．

さらに言えば，空間的にも宇宙は無限であるとしても，なんら矛盾が無い．これまでは，宇宙が無限であるとしたら Olbers のパラドックにより，星の光を全て足すと必ず無限大の光になってしまうから，宇宙が無限では困ると言う事が考えられてきた．この事も人々がビッグバン宇宙論を支持する一つの根拠でもあった．しかしながら， Olbers のパラドックには基本的な仮定として，星が常に一様に分布しているという事がある．この新しい宇宙論の場合，明らかに一つの宇宙がほとんど閉じた形で成立しており，一様性の仮定が成り立っていない．さらに，光が重力と散乱する事より，必ずしも全ての光が遠方まで届くわけではない．さらに言えば光速は有限速度であり無限の彼方から光が届くには無限の時間が掛かることになっている．従って，この我々の有限宇宙と同じ様なレベルの有限宇宙が他に無限個あったとしても，別に驚く事ではない．ただ，残念ながら我々にはそれ以上理解できないし，また他の有限宇宙との相互作用もほとんどゼロに近いであろうから，物理学の対象にはならない事も確かである．それ以上に，人間には無限の空間と言う事を理解する事が出来ない．どんなに想像したとしても，それは所詮有限の空間なのである．

7.3.5　新しい宇宙像

これまで見てきたように新しい宇宙像とは，沢山の銀河が形成され全体が膨張し続けて行き，その膨張エネルギーを使い果たしたある段階から今度は収縮に転じて行き，いずれはまた宇宙ファイアボールになり，爆発して膨張するという現象を繰り返して行くという描像である．

- **有限宇宙の中心：**　この場合，この有限宇宙に中心はあるのであろうかと言う疑問を持つのは至極当然である．惑星系も銀河系も全てその中心に重い星

が存在しているからである．しかしながら，銀河全体を見るに及び，これはむしろ原子核の多体系に近いのであろうと想像できる．原子核の場合，それは陽子と中性子によって作られている．ところがこの物体には中心となるものが存在していない．そのれぞれの核子が平等の役割を果たしていて，原子系のように，その中心に原子核があるという系ではない．今の場合，一つの核子からすると，その原子核の中心が何処であるかという設問に対しては答える事は出来ない．但し，その原子核全体を見渡す事が出来れば，その中心が大雑把には何処にあるかが，平均値としてわかる．この有限宇宙全体の中心の問題もこれに極めて近いものであると考えられる．平均したら，この有限宇宙の中心がどのあたりにあるのかはもし有限宇宙全体を見渡す事が出来たら，大雑把には議論出来る可能性はある．しかし，有限宇宙の一部に存在する観測者からこの有限宇宙の中心を探る事は原理的に不可能である．

7.3.6　宇宙の無限性と背景輻射

この我々の有限宇宙には 2.7 K の背景輻射が存在している．宇宙にこの低エネルギーのフォトンが一様に分布し存在しているとするとこれはかなりのエネルギーになっている．大雑把に言って，すべての物質が持っている宇宙の重力ポテンシャルエネルギーの数%にはなっているものと考えられている．この事自体は別に問題ないが，問題はフォトンが我々の宇宙からその外へエネルギーを持ち去っているという事実である．これがたとえ重力ポテンシャルの数%でも，爆発を繰り返している限り，いつかはすべての重力ポテンシャルエネルギーを持ち去ってしまう事は明らかである．

この現象を解釈する模型として大雑把に言って次のことが考えられる．それは，我々の有限宇宙と同様な有限宇宙が無限にあると言うものである．この場合，どの宇宙も爆発と収縮を繰り返し，その度にこの 2.7 K の背景輻射を放出すると言う事は同じである．しかしこの場合，2.7 K の背景輻射は宇宙全体に存在するべきものであり，その温度の多少のずれはあるにせよ，基本的には，この電磁波の海の上に我々の宇宙が存在していると言う事になる．この模型の場合，2.7 K の背景輻射を理解する事はそれ程難しくはなくなっている．

7.3.7 無限宇宙 (Mugen Universe)

宇宙全体を考える時に，我々と同じレベルの有限宇宙が無限個あるべきであるという事が理論的に結論される事が分かる．これは物理とは言えないが，少し解説する事にしよう．まず，最初に，宇宙の階層構造を定義しておこう．それは大雑把に以下のように定義するのが合理的であろう．

$$10^{57} \times \mathbf{protons} \ \Rightarrow \mathbf{star} \quad : \quad 10^{12} \times \mathbf{stars} \ \Rightarrow \ \mathbf{galaxy} \quad :$$

$$10^{12} \times \mathbf{galaxies} \Rightarrow \ \mathbf{universe} \quad : \quad \infty \times \mathbf{universe} \Rightarrow \mathbf{mugen-universe}.$$

• **一個の有限宇宙の問題点：**　この有限宇宙が無限の過去から存在したと言う仮定は，至極，合理的である．逆にもし途中で作られたとしたら，どのように作られ，またその元のエネルギーは何であるのかなど，説明がつかない事であふれてしまうのである．従って，無限の過去から現在の我々の宇宙が存在していたと言う事は，現在の物理学においては間違いない事である．この場合，宇宙ファイアボールの生成を無限回繰り返してきた事も事実と考えてよい．しかし，そうだとすると問題が生じるのである．それは１回の宇宙ファイアボールにおいて，有限のエネルギーがフォトンとニュートリノによって我々の宇宙の外に放出されている．それがたとえ小さな量でも，無限回行なっている限り，我々の宇宙の重力エネルギーは既に無くなっているはずであり，理論的に矛盾してしまう事になる．これを回避するためには，どうしても我々と同じレベルの宇宙が無限個存在していないと困る事になっている．

7.3.8 無限個の銀河の宇宙

宇宙全体には我々の宇宙と同じレベルの宇宙が無限個存在しているという仮定の場合 (Mugen-universe)，フォトンとニュートリノによってエネルギーが失われても問題にならない．それは明らかで，他の宇宙から結局同じレベルのフォトンとニュートリノエネルギーが供給されるからである．従って，この場合，重力エネルギーの問題は解決される．また宇宙の背景輻射の原因はこの無限宇宙から来る輻射であると考えられるため輻射が熱平衡状態であると言う事実も理解されている．

• **無限宇宙の重力安定性：**　しかしこの時，その無限宇宙は何故，重力的に安定であるのかが問題になるが，これは無限系を考えると解決される事であ

る．今，簡単のために１次元系を考えよう．無限空間を円で表して，後で半径を無限大にすればよい．この時，今，我々の宇宙がある一点に存在するとしよう．この場合，その右方全体の宇宙から引力を受ける事になる．所が，同じように左方全体の宇宙からも引力を受ける事になっている．円を考える限り，これは両者ともに同じ重力になり，即ち，つり合う事になり，安定である事がわかる．これは勿論，まだお話レベルであるが，しかし，理論内の整合性は常にしっかり考えておく必要がある事は間違いない．

7.4　隣の有限宇宙 β の観測は可能か？

我々の宇宙のことを有限宇宙 α と呼ぼう。この有限宇宙 α の大きさが百数十億光年で、そこには１千億個程度の銀河系が存在していると言うものである。これは実際、観測から得られているものである。そして有限宇宙 α の近くにある他の有限宇宙を有限宇宙 β と呼ぼう。恐らくはこの 有限宇宙 β も同じような大きさと１千億個程度の銀河系から成り立っているものと考えられる。それではこの時、有限宇宙 β の光を我々は観測することは可能なのであろうか？

7.4.1　光の Red shifts はない？

我々のような有限宇宙が無限個あると言う無限宇宙論において、恐らくは近くにある有限宇宙 β は我々の有限宇宙 α から遠ざかっているわけではなく、また近づいているわけでもないと考えられる。すなわち、比較的定常的な宇宙になっているものであろう。この場合、近くの有限宇宙 β からの光は Red shifts も Blue shifts もないことになっている。これでは例え有限宇宙 β からの微弱な光を観測したとしても、その光から何かを引き出すことは非常に難しいと言える。

7.4.2　強い Blue shifts の光は？

しかしながら我々の有限宇宙 α からの光はすべて Red shifts であることがわかっているので、もし強い Blue shifts の光を観測したらこれは有限宇宙 β からの可能性が出てくる。それは、たまたま有限宇宙 β が宇宙ファイアボールの状態にあった時は、その光が強い Blue shifts の光として観測されるからである。このような偶然が起こっているとは勿論、考え難いものだが、しかしその可能性が有限である限り、調べる価値はあると思われる。

関連図書

[1] Fields and Particles
K. Nishijima, W.A. Benjamin, INC, 1969

[2] Symmetry and Its Breaking in Quantum Field Theory
T. Fujita, Nova Science Publishers, 2011 (2nd edition)

[3] Fundamental Problems in Quantum Field Theory
T. Fujita and N. Kanda, Bentham Publishers, 2013

[4] Bosons after Symmetry Breaking in Quantum Field Theory
T. Fujita, M. Hiramoto and H. Takahashi
Nova Science Publishers, 2009

[5] New Fundamentals in Fields and Particles
T. Fujita (editor), Transworld Research Network, 2008

[6] J.D. Bjorken and S.D. Drell, “Relativistic Quantum Mechanics”, (McGraw-Hill Book Company,1964)

[7] J.J. Sakurai, ”Advanced Quantum Mechanics”, (addison-Wesley,1967)

[8] B.W. Parkinson and J.J. Spilker, ”Global Positioning System”, Progress in Astronautics and Aeronautics (1996)

[9] Simon Newcomb, ”Tables of the Four Inner Planets”, 2nd ed. (Washington: Bureau of Equipment, Navy Dept., 1898).

[10] B.G. Bills and R.D. Ray. (1999), “ Lunar Orbital Evolution: A Synthesis of Recent Result