

物理学講義 4

重力のお話

目次

第4章 重力のお話	1
4.1 重力	2
4.1.1 重力は常に引力	2
4.1.2 慣性質量と重力質量	2
4.1.3 電磁気学との関連性	3
4.1.4 一般相対論の影響	4
4.2 惑星の運動	6
4.2.1 平面運動	6
4.2.2 軌道は楕円	6
4.2.3 観測量は周期	7
4.2.4 水星と他の惑星との相互作用	7
4.2.5 太陽系外小惑星 (1I/2017 U1)	8
4.2.6 天の川銀河とアンドロメダとの衝突時期	9
4.3 新しい重力理論	10
4.3.1 重力場の Poisson 方程式	11
4.3.2 地球公転の周期	12
4.3.3 重力波	13
4.4 宇宙論	14
4.4.1 宇宙の構成粒子	14
4.4.2 星	14
4.4.3 銀河系	15
4.4.4 超銀河宇宙	15
4.4.5 無限宇宙	17
4.5 Homework Problems	18
4.5.1 問題 1	18
4.5.2 問題 2	18
4.5.3 問題 3	18
4.5.4 問題 4	18

4.5.5	問題 5	18
4.5.6	問題 6	19
4.5.7	問題 7	19
4.5.8	問題 8	19
4.5.9	問題 9*	19
4.5.10	問題 10	19
4.5.11	問題 11	19
4.5.12	問題 12	20
4.5.13	問題 13	20
4.5.14	問題 14	20
4.5.15	問題 15	20
4.5.16	問題 16	20
4.5.17	問題 17	21
4.5.18	問題 18	21

第4章 重力のお話

地上で物体が落下するのは地球の重力がその物体に働いているからである。この力は常に引力であり、従って万有引力とも呼ばれている。

長い間、重力が何故、常に引力であるかと言う問いかけに物理屋は答えることができなかった。また質量があると必ず、重力が働くが、しかもその時の質量(重力質量)は慣性質量と同等である。このような基本的な問題が場の理論の言葉で解決されたのは、実はまだつい最近(10年程前)のことに過ぎない。

現在、その重力が星を作り、銀河を形成し、そして宇宙を作る源になっている事が分かっている。そしてこの広大な宇宙空間は果てしのない大きさであり、そこには無数の銀河が存在している。その無限宇宙は限りなく遠い過去から悠久に存在しており、そして永遠の未来にもずっと在り続ける存在となっている。

4.1 重力

重力はその現象としては最も身近な問題であると言えるが、しかしながらその重力理論が「場の理論による定式化」として完成されたのはつい最近の話である。確かに重力場の理論の定式化は予想を超えて長い時間が掛かった事は事実である。それではその難しさの原因は一体、何処にあったのであろうか？ここではその基礎的な疑問に対してお話形式で解説をして行きたい。

4.1.1 重力は常に引力

重力は電氣的な力とは本質的に異なっている。電氣的な力には引力と斥力が存在しており、例えば陽子同士は斥力であるが電子と陽子は引力になっている。これに対して、重力はどの粒子間の場合も常に引力である。このことは重力理論を作るときに重要な要素となるが、同時にこれは電磁気学をあまり参考には出来ない事を意味していると考えてよい。従って、重力理論はゲージ理論では作れないことは明らかである。

どうしたら常に引力になるのだろうか？実はこれは場の理論をしっかりと勉強していて、自分で計算している物理屋には難しい問題ではない。実際、これはスカラー場を交換すれば常に引力であることは良く知られている事実である。

また重力ポテンシャルがクーロンポテンシャルと同じように $1/r$ 型を持っている事から、交換される場は質量がゼロである必要がある。これらは実験からわかっている観測事実であるから、重力理論はそれらを満たす必要があり、これが理論構築の必須条件である。

4.1.2 慣性質量と重力質量

地上で物体が落下する時、その落下速度は物体の質量には依らない。現実の地上では空気があるため、空気との摩擦の影響で落下速度は勿論、物体の性質に依って異なっている。しかし真空中での落下速度は確かに、物体の質量には依存していない。何故であらうか？この理由は物体の重力質量とその慣性質量が同等であることに依っている。すなわち物体の運動エネルギー T は

$$T = \frac{1}{2}mv^2 \quad (4.1)$$

である．但し， m は物体の質量 (慣性質量)， v は物体の速度である．一方，この質点が地球から受ける重力ポテンシャル $U(r)$ は

$$U(r) = -\frac{G_0 m M}{r} \quad (4.2)$$

と書かれている．但し， G_0 は重力定数であり， M は地球の質量を表し， m は質点の質量 (重力質量) である．また r は地球の重心からその質点までの距離を表している．

ここで大切な点は，運動エネルギーに出ている質量と重力ポテンシャルに出ている質量がともに m であり，同じ質量となっている事である．これは一見，当たり前のように見えるかも知れないが理論的にはそう単純なことではない．この質点の運動方程式は

$$m\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{G_0 m M}{r^3} \mathbf{r} \quad \Rightarrow \quad \ddot{\mathbf{r}} = -\frac{G_0 M}{r^3} \mathbf{r} \quad (4.3)$$

となるため，この運動が質点の質量 m には依らない事が理解できよう．すなわち，重力下での落下運動においては，その運動が物体の質量には依らない事を示している．

4.1.3 電磁気学との関連性

現在，現代物理学の理論体系のなかで最も信頼できる理論が Maxwell 方程式を基礎としている電磁気学である．これは沢山の観測データを再現できるように作られた現象論であり，自然科学そのものであると言っても良い．

この電磁気学の初歩的な解説は第 2 章で「電子の物理学」として解説しているが，詳しい電磁気学を勉強したい場合，教科書「電磁気学 (現象と理論)」を参照されると良いと思う．これはしかし一見，大学 2 年生用の教科書に見えるかも知れないが実質は研究者用の教科書であるため，易しい教科書とは言えないかも知れない．

電磁気学は場の理論であり，光を考えない限り電磁気学はそれ自体が完成された場の理論の体系を形成している．そして電磁波まで考慮してベクトルポテンシャルを量子化する理論体系を量子場の理論と呼んでいる．場を量子化するとその影響で場が出来たり消えたりする効果が現れるため，量子場の理論特有の現象が現れてくる．その現象で最もよく知られているものが $g-2$ と言われている電子の磁気能率の高次項の計算である．しかしほとんどの場合，場の量

子化の必要は無く、フォトンだけが突出して重要な役割を果たしたため、場の量子化がよく取り上げられたのである。

重力の場合、重力子は観測されていない、また将来、観測される事はある得ないものである。それは重力の場合の相互作用の強さが電磁気の場合に比べて $\sim 10^{-35}$ は小さいため観測に掛かる事はある得ないからである。従って、重力理論を作る場合、場の量子化は不要であると言う理論的な要請は重要な要素となっている。その重力理論の詳細は「新しい重力理論」のところで解説しよう。

4.1.4 一般相対論の影響

重力理論と言うと一般相対論が理論の候補だと思っている人達が現在でも少ないとは言えないかも知れない。しかしながら、この一般相対論が抱えている問題点に対する批判はこれまですでに十分しているので、ここでは具体的な問題点の議論は差し控えて直感的な感想を記して行く事にしよう。

一般相対論は座標系に対する方程式であるが、まず、これが自然科学と関係していると言う発想が何故、これまで人々の間に生きてきたのかがわからない。物理学は質点の運動を記述すべき方程式を基礎としている。そしてその自然現象を記述する土台が座標系であり、その座標系に対してアインシュタインは何らかの形で方程式を作ってみたと言ったのである。しかしこれが何のことかさっぱり分からないと言う反応こそが正常な受け止め方のはずなのだが、人々は彼の主張を受け入れ、わかった振りをしてきたものである。さらにアインシュタインがその座標系に対する方程式の物理的な意味を理解していたとは到底、考えられない事であるが、今となってはどうしようもない事ではある。しかしながら、この理論のために失われた時間は科学者に取って膨大なものであり、自然をより深く理解したいと言う立場からすると残念としか言いようがないものである。

ところで、アインシュタイン方程式は座標系の計量を指定する計量テンソルに対する方程式である。この計量テンソル $g^{\mu\nu}$ は通常空間では非対角成分はゼロである。そしてこの対角成分は $g^{00} = -g^{11} = -g^{22} = -g^{33} = 1$ となっている定数の行列で表されている。これはある種の目盛を表しているが、これが座標の関数となると言う意味が全く理解できないものである。座標系の目盛スケールがその座標に依存してしまったら座標系の意味合いがなくなるのだが、アインシュタインは何を取り間違えたのであろうか？さらに目盛のスケールが変わったとしても、目盛が変わっただけで質点の運動の表現が変わる事はある得ないことである。この目盛の修正が質点の運動に影響を与えると言う発想が

理解できない．実際，具体的に書いてみればわかることだが，目盛がかわると表現の仕方が確かに少し変わるが，運動形態自体が変わることはあり得ない事が確かめられるのである．目盛が変わると言う発想は確かにユニークであり，だからこのような発想をする人を天才と呼ぶのかも知れない．南部達により提案された「カイラル対称性を持つ場の理論の真空は自発的にその対称性が破れる」と言う発想も非常にユニークなものであった．しかしこれらは自然界とは無関係であり，このような発想を評価する事は到底，できない事である．

- 一般相対論と重力場： 一般相対論という座標系に対する方程式が何故，重力と関係しているのかと言う問題は一つの仮定された方程式のためである．それは計量テンソル g^{00} が重力場 ϕ と $g^{00} \simeq 1 + 2\phi$ と関係づけられるはずであると言う仮定である．これはおよそ奇妙な式であるが，数学的にはこうすれば確かに座標系が重力と関係づけられている．と言うか，この式が求まるように Einstein 方程式は作られたわけである．但し，例えば $g^{00} \simeq 1 - 2\phi$ とすると重力が斥力になってしまう．このように，Einstein 方程式の中では重力場 ϕ が直接現れることはなく，さらに $g^{\mu\nu}$ は未知変数であり，従って式のなかで \pm を制御することはできない．その意味で $g^{00} \simeq 1 + 2\phi$ という関係式は自然な仮定ではないことがわかる．このように，Einstein 方程式自体が自然科学としては到底，受け入れられる式ではないと言わざるを得ないものである．

4.2 惑星の運動

ニュートン力学が最も重要な成功を収めているのは惑星運動の記述である。例えば、地球は太陽の周りを周回運動しているが、その軌道をニュートン方程式はほぼ完全な形で記述できている。この場合の力が重力であり、その力の強さが星の質量に比例している。太陽の質量が他の惑星よりも圧倒的に大きいため、太陽が中心の太陽系となっている。木星の質量があと数百倍重ければこの太陽系は連星となったことであろう。

4.2.1 平面運動

地球の軌道は平面運動となっているが、何故、平面だけを運動しているのかと言う疑問に対してニュートン力学は簡単に答えることができる。それは重力ポテンシャルが中心力である事と関係している。中心力だとその質点の角運動量 L が保存量となっている事 ($\frac{dL}{dt} = 0$) が簡単に証明することができる。そしてこの場合、質点の運動 r が角運動量と直交する

$$\mathbf{r} \cdot \mathbf{L} = \mathbf{r} \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{p}) = (\mathbf{r} \times \mathbf{r}) \cdot \mathbf{p} = 0 \quad (4.4)$$

と言う事が分かるからである。従って、角運動量の方向を z -軸に選べば軌道を記述する質点の座標 r は $x-y$ 平面となることが証明されるのである。

4.2.2 軌道は楕円

地球の回転運動の軌道は楕円である。実際には木星など他の惑星運動との相互作用があり、このため軌道自体は少し複雑にはなっている。しかし1周期における回転運動においては、他の惑星の影響はほとんど無視しても十分良い近似であり、従って軌道は確かに楕円である。この場合のニュートン方程式は

$$m\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{G_0 M m}{r^3} \mathbf{r} \quad (4.5)$$

であったが、これは簡単に解く事ができる。そしてその軌道を与える解は

$$r = \frac{A}{1 + \varepsilon \cos \varphi} \quad (4.6)$$

となっている。ここで A は軌道半径と関係しており、また ε は離心率である。地球の公転の場合、 $\varepsilon = 0.0167$ であり、これは地球の公転がほとんど「円」であることを示している。

4.2.3 観測量は周期

Kepler 運動において、その観測量は周期である。例えば、地球が太陽のまわりを 1 周する時間を周期と呼び、地球公転の場合、約 365.24 日であることはよく知られている観測事実である。

古典力学においては地球の軌道も観測量になっていて、確かに平均の軌道半径も離心率も測定されている。しかし細かい軌道変化などには依らない物理的な観測量が周期である。例えば、後に議論することになるが Kepler 問題に対する相対論的な効果はその周期に反映しているが、平均の軌道半径に対する相対論的な効果を調べる事は事実上、不可能である。

4.2.4 水星と他の惑星との相互作用

地球の軌道はほとんど円であるが、水星の軌道は離心率が $\varepsilon = 0.21$ とかなり大きい楕円となっている。このため、幾何学的に軌道を書くとその楕円の近日点が割合、しっかり分かるため、この近日点が他の惑星によってどれだけ動くかと言う問題に 19 世紀の人々は関心をもっていた。他の惑星が水星の近日点にどのような影響を与えるかと言う問題に関して恐らく、最初に詳しい計算が発表されたのは 1859 年における Le Verrier の論文であろう。彼の計算は事実上、幾何学的に行われているためその論文を検証する事は容易な事ではない。その後、1895 年に Newcomb が同様な計算を実行しており、人々は彼の結果を引用している。

しかしながら水星の近日点の観測値がどの程度の誤差を持っているのかと言う最も深刻な検証がなされた形跡がない。例えば、Newcomb の観測値としては 5599.76 秒と言う数値が引用されてきたが、それから色々な量を引き算して最終的に 43 秒が残りこれが水星の近日点移動であるとされている。ところが、この量は周期で言ったら 7 桁 8 桁目に対応している。現実問題としてこのような高精度の観測が 200 年以上も前に可能であったのだろうか？さらにこれは現代においてもそれ程、容易な観測とは言えないものと思われる。周期の場合は、これが積分値になっているため、高精度の観測が可能であると考えられる。しかし近日点やある地点の半径などはそれが 1 点を表すため、これはむしろ微分値に近く従って高精度の観測が非常に難しいものと言えるのである。

4.2.5 太陽系外小惑星 (1I/2017 U1)

最近、太陽系外小惑星が発見されて注目を集めているが、確かにこれは重要な発見と考えられる。その小惑星は「1I/2017 U1 (Oumuamua)」と呼ばれているもので太陽系外天体であると考えられている。大きさは直径が 200 m 前後と推測されている細長い天体である。この小惑星が太陽の重力に捕まらなかった一つの理由として、その天体の速度の高速さにある。実際、その天体の遠方での速度 v_o は

$$v_o \simeq 0.9 \times 10^{-4} c \quad (4.7)$$

と推定されているが、これは地球の公転速度 ($v_e \simeq 1.0 \times 10^{-4} c$) とほとんど同じである。さらに太陽に最も近かった時点 (近日点) においては

$$v \simeq 2.9 \times 10^{-4} c \quad (\text{at perihelion point}) \quad (4.8)$$

の速度まで上昇していた。これはエネルギー保存則

$$E = \frac{1}{2} m_o v_o^2 = \frac{1}{2} m_o v^2 - \frac{G_0 M m_o}{R} \quad (4.9)$$

より求めることができる。ここで m_o は小惑星の質量、 M は太陽質量である。また R は運動中の小惑星と太陽との距離である。ちなみにこの小惑星が地球軌道に到達した時、その速度 v は $v \simeq 1.7 \times 10^{-4} c$ となっていた。

この小惑星が太陽系外から飛来したことの証拠はその軌道が双曲線であり、さらにその離心率 ε_o が 1 をかなり超えている事によっている。実際、この小惑星の離心率 ε_o はその軌道の測定から

$$\varepsilon_o \simeq 1.19 \quad (4.10)$$

と推定されている。ここで双曲線の極座標表示を書いておくと

$$r = \frac{A}{1 + \varepsilon_o \cos \varphi} \quad (4.11)$$

である。この式は勿論、Kepler 問題の解と同じ形になっている。但し φ には制限がついていて分母が負になる事はない。すなわち式 (4.11) において常に

$$|\cos \varphi| < \frac{1}{\varepsilon_o} \quad (4.12)$$

である．さらに楕円との違いはその離心率の大きさにある．楕円では離心率は 0 と 1 の間であったが，双曲線の離心率は 1 を超えている．そして実際この小惑星の離心率 $\varepsilon_o = 1.19$ は 1 をかなり超えているため，この小惑星は太陽系外から飛来した天体であるとみなす事が合理的である．さらにこの小惑星がどこで形成されたのかと言う問題は興味深いものであるが，これを特定することは難しいとは思われる．しかしながらこの天体が太陽系外であると言う事だけで十分に面白いものと言えよう．今後，太陽系外の小惑星などの天体がさらに発見される事を期待したい．

4.2.6 天の川銀河とアンドロメダとの衝突時期

我々が住んでいる銀河系は天の川銀河 (Milky Way) と呼ばれているが，その銀河系に最も近い銀河系はアンドロメダである．夏の夜遅く，夜空にペガサスの大四辺形を探し，そこからその左下の頂点の星を探す．そしてそこから 2 個小さな星を左少し上にたどって行くとその直ぐ脇にぼやーと見える星雲がアンドロメダである．小さな望遠鏡でも十分に見える我々の隣の銀河系である．

そのアンドロメダと我々の天の川銀河がいずれ衝突して融合することが予測されている．ここではその衝突が起こる時期についてお話ししよう．この細かい力学はホームページに入れてあるのでそちらを参照して頂くことにして結果だけを議論しよう．現在，アンドロメダは天の川銀河に 1.2×10^5 m/s の速さで近づいている．よって初期条件として $t = 0$ で $v_0 = 1.2 \times 10^5$ m/s を取る．さらに銀河間の距離 L が $L \simeq 2.5 \times 10^6$ 光年であり，また銀河のサイズが約 1.2×10^5 光年，銀河の質量としては，ともに $M \simeq 4 \times 10^{42}$ kg とした．これより 計算結果は $T \simeq 30$ 億年 となっている．よって約 30 億年後には二つの銀河は融合し始める事になる．

● 重力圏の突入時期： ここで，2 個の銀河が互いの重力圏に突入した時期を評価してみよう．「何か」が起こった時期の計算を行ってみると，その結果， $T \simeq 69$ 億年である事がわかっている．これは今から約 69 億年前に「何か」が起こった事に対応している．少なくとも同じ方向に膨張していたとしたら，このように衝突を起こす事はあり得ない．一つの可能性としては 69 億年ほど前に，アンドロメダに小型の星雲が衝突して融合したと言うものであろう．アンドロメダは我々の銀河よりも大きいことが知られているが，これも融合の結果である可能性があると考えられるが，これらはすべてお話である．

4.3 新しい重力理論

この節の解説はどうしても難しくなってしまうため、どこまで書いたら読者が興味を持ってくれるのか、まだかなり迷っている。基本的にはここは飛ばして読んで頂いても良いと思っているが、しかし重力の理論が場の理論として定式化されたことは非常に重要な事であり、そこを少しでも理解して欲しいと言う強い願いはある。

量子電磁力学にしても弱い相互作用にしてもまずはそれを記述するラグランジアン密度が書き下されることが出発点となる。これを具体的に書いても大半の読者にはほとんど意味をなさないとは思いますが、書くだけ書いておこう。まず質量 m のフェルミオン ψ が電磁場 A_μ および重力場 \mathcal{G} と相互作用しているラグランジアン密度と質量 m_q のフェルミオン Ψ_ℓ が有限質量 M の弱いベクトルボソン場 $W^{\mu,a}$ と相互作用しているラグランジアン密度は

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi - m(1 + g\mathcal{G})\bar{\psi}\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\partial_\mu\mathcal{G}\partial^\mu\mathcal{G} \\ \mathcal{L}_w &= \bar{\Psi}_\ell(i\partial_\mu\gamma^\mu - m_q)\Psi_\ell - gJ_\mu^a W^{\mu,a} + \frac{1}{2}M^2 W_\mu^a W^{\mu,a} - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G^{\mu\nu,a}\end{aligned}$$

と書かれている。ここで $F_{\mu\nu}$ は電磁場の強さで $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ である。また $G_{\mu\nu}^a$ は $G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a$ である。これに強い相互作用を表す QCD のラグランジアン密度を書き入れれば、現代の場の理論をすべて書き表すことになっている。ここでは QCD のラグランジアン密度を書くことはしないが、これはどの教科書にも書かれているので参照されたい。

ここで QCD について簡単なコメントをしておこう。この QCD は量子色力学の略であるが、これは非可換ゲージ理論である。この非可換ゲージ理論には理論が持っている固有の性質があり、これが運動学にもかかわらずある種のダイナミクスさえも決めてしまう事が知られている。特に重要な性質として、QCD における構成要素であるクォークとグルオンに対する制限がある。これらクォークとグルオンはそれぞれカラー電荷を持っている。ところが、このカラー電荷はゲージ依存量である事が証明されている。すなわち、カラー電荷を持つクォークとグルオンは観測量ではない事が厳密に証明されているのである。このため、クォークとグルオンには自由場が存在していなくて摂動論さえもできない事がわかっている。従って QCD のラグランジアン密度を書いても、結局は何もできないのでそれを書いても無駄であると言う事である。

4.3.1 重力場の Poisson 方程式

ラグランジアン密度が分かるとそれから運動方程式が求められる．この式をしっかりと追うことはかなりの専門的な実力を要求されるのでここでは解説はしないが，必要な結果だけを書いておこう．

重力場について，クーロンの時と同様に外場が働くとして求めて行く．この場合，重力場に対する方程式は Lagrange 方程式から

$$\nabla^2 \mathcal{G}_0 = Mg\rho_g = Mg\delta(\mathbf{r}) \quad (4.13)$$

と求まる．これは重力型の Poisson 方程式であり，確かに引力であることがわかる．ここで外場の場合（陽子が静止している） $\rho_g(\mathbf{r}) = \delta(\mathbf{r})$ を使っている．この時，式 (4.13) の解は直ちに求まり

$$\mathcal{G}_0(\mathbf{r}) = -\frac{Mg}{4\pi r} \quad (4.14)$$

となる．これより重力の相互作用ハミルトニアン H_g は

$$H_g = mg\mathcal{G}_0(\mathbf{r}) = -\frac{G_0 m M}{r} \quad (4.15)$$

となり，重力の相互作用が引力であることがわかる．ここで $G_0 \equiv \frac{g^2}{4\pi}$ は重力定数であり，実験から決定されている．この相互作用が我々が用いている重力ポテンシャルそのものである．この場合，確かに重力質量として表れている質量が慣性質量と同じである事がわかる．さらに相互作用の強さも電磁気学の場合と同じである．電磁気学では相互作用の強さが $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$ となっていて e がそれぞれ相互作用する粒子と結合している．重力の場合も同じで g がそれぞれ相互作用する粒子と結合している．但し，重力の場合は，それに加えてそれぞれの粒子の質量にも結合していてこれが電磁気学との重要な相違点でもある．

4.3.2 地球公転の周期

Kepler 問題の最も信頼できる物理的観測量はその公転周期である．地球の公転周期は最も良く測定されている事は確かな事であり，これがニュートン力学が正確に予言している物理量である．そして地球の公転周期は 365.24 日である．これに対する一般相対論による補正が計算されていて，これは 1 年間に

$$\Delta T \simeq -3.6 \text{ 秒} \quad (4.16)$$

周期が短くなるという予想である．これは地球の公転周期が 1 年間で 3.6 秒だけ進む事に対応している．この公転周期は水星の近日点移動よりもはるかに正確に計算されるものであり，任意性も全くない物理量である．ところがこれ程大きな進みであれば当然，観測にかかっているはずである．何故，一般相対論研究を標榜している人達はこの問題を提起してこなかったのであろうか？これは現在においても謎である．水星の近日点移動に関しては測定の観点からみても（観測値は 100 年以上も前のもので，近日点移動はさらにその 100 年前の観測値と比較したもの），また理論的な観点から言っても不確定要素が多すぎる．一方，地球公転の周期は物理的に最も信頼できる物理量である．

地球公転周期の精密測定の直接の観測結果は現在まで報告されてはいない．しかしながら，うるう秒による間接的な観測結果はよく知られている．これは 1972 年から始まって 40 年間で 25 秒補正しているので，1 年間では

$$\Delta T \simeq 0.625 \pm 0.013 \text{ 秒} \quad (4.17)$$

の遅れに対応している．一方，新しい重力理論も公転周期に対する補正を予言している．そしてそれは 1 年間では

$$\Delta T \simeq 0.63 \text{ 秒} \quad (4.18)$$

の遅れとなっていて，観測値とよく一致している事がわかる．この事から一般相対論の予言値は地球公転周期の観測値と比較して，その方向も大きさも全く一致してはいない事が示されている．これより理論模型として，一般相対論は完全に排除されていることがよく理解できると思う．尤も，現実問題としては一般相対論が現代物理学のどの分野においても応用された事実はなく，具体的な影響が物理学上あるわけではない．実際，この理論はブラックホールとかビッグバンとか言う，およそ科学的とは言えない宇宙論において応用（利用）されて来ただけなので，幸い，特に問題が生じることはないと言えよう．

4.3.3 重力波

重力波について、ここで解説せざるを得ない事は理論物理屋として本当に恥ずかしい事ではある。まさか、重力波を発見したなどと主張する「集団」が現れるとは考えもしなかったのである。以下に簡単に解説するように、重力波を観測したと主張する人々は、恐らくは物理屋とはかけ離れた素人集団であり、基礎的な理論物理学の修得レベルとしては物理学科4年生にさえ達していないであろうと推測される。

真空中を伝搬するためには、その物質はフォトンなどの粒子であることが絶対条件である。これは膨大な検証実験から「エーテル仮説」は完全に否定されている事と関係している。実際、現代物理は相対性原理を基礎にした理論体系を構築して、その理論体系のもとで現在まですべての基礎的な実験は理解されている。さらに相対性理論の妥当性に関しては100年以上に渡る膨大な、そしてあらゆる角度からの実験から検討を重ねてきたが、これと矛盾する現象は全く観測されていない。

従って「graviton」が観測できない限り、重力波の検出は不可能である。ところが、この重力の相互作用の強さは電氣的な力とくらべると 10^{-35} は小さいため、どのように工夫したとしても「graviton」を観測することは不可能である。このことはよく知られている事実であり、このため物理学の教科書では重力波についてあまり解説していないのが一般的である。

4.4 宇宙論

この宇宙を構成している構成要素は基本的には陽子，電子そしてフォトンである．ニュートリノも安定であり宇宙に存在している事は確かなことであるが，宇宙論における役割はまだよくわからない．中性子も原子核中では安定なので構成要素の一つに数えても良いが，この中性子は基本的には崩壊すれば陽子，電子そして反ニュートリノになるので，ここでは特に言及する必要はないと考えている．

大切なことはこれらの基本粒子は安定であるという事実である．これは宇宙論では何を意味しているかは明らかであろう．宇宙は無限の過去からずっと存在していると言うことであり，これが宇宙論を展開する時の基本原理となっている．この事実を無視しているビッグバン模型はもはや科学的な議論の対象にはならない事が明らかであろう．

4.4.1 宇宙の構成粒子

宇宙を構成している粒子が基本的には陽子と電子であることはすでに述べたが，これらが安定な粒子であることは非常に重要である．光も安定な粒子ではあるが，しかしこれは生成されたり消滅されたりする粒子である．このため，粒子数が一定であるという訳には行かない．これは光がボソンに属していることが理由である．これに対して陽子も電子もフェルミオンであり，これは消滅することはないし，新しく生成されることもない．宇宙の構成要素が安定であるため，この宇宙も無限の過去から存在している事が宇宙論の出発点である．

4.4.2 星

陽子と電子は引き合い，水素原子を構成する．そしてこの水素原子が2個集まると水素分子となって行く．この水素分子が宇宙空間において星の形成前に見られる主な基本物質であることは確かである．

宇宙には主に水素分子で成り立っている集合体が存在しており，これは分子雲と呼ばれている．また電離した水素原子が存在している H-II 領域として知られている水素原子の集合体も存在しており，これらが星の誕生の元になっていると考えられている．

星の原型となる質量が太陽質量程度の場合，その内部では核融合反応が起こることになる．この核融合反応は，結果的には4個の陽子が1個の He -原子核

と2個の陽電子と2個のニュートリノになる反応過程に対応している。

星の質量が太陽の数倍を超えると中心部の温度が十分高くなり、このため3個のHe-原子核が融合して ^{12}C 原子核を形成して線を放出する原子核反応が起こり始めることがわかっている。そして一度、 ^{12}C が星の内部でできると、この原子核とHeが衝突して次々とより重い原子核を形成して行くことになる。このため、Heに続いて ^{12}C 、 ^{16}O 、 ^{20}Ne などのHeの倍数の原子核が数多く形成される事になっている。実際、宇宙における原子核の存在比では確かにこれらの原子核が豊富である事が確認されている。

4.4.3 銀河系

銀河系の形成に関しては、良くわからない。我々が観測できている宇宙には1千億個程度の銀河が存在しているものと考えられているので、これを逆にたどって行けばどうなるかがわかる可能性はあると考えられる。しかしこの辺の考察はまだできてはいない。

我々の銀河系の中には数千億個の星が存在しているものと推定されている。この星の数自体はそれ程、重要な意味を持ってはいないが大雑把な数としては意味があると考えられる。銀河系の核には何か大量の質量を持つ「準星」のようなものが存在しているのであろうが、この辺の物理は良くわからない。

現在、我々の銀河系と隣のアンドロメダとは30億年程経つと融合し始める事がわかっている。このように現在、存在している銀河はいずれ重力により引き付けられて融合を重ねて行き、最終的には2個か3個の大銀河集団になり、そしてそれらがいずれは衝突して、ファイアボール(火の玉)のような状況を作り出して行くものと考えられる。そしてこれまでの言葉を使えば「初期宇宙」が作られるのであろう。そしてこの宇宙は膨張を続けて行き、またいずれは融合をして行くと言う「衝突による爆発とその後の膨張」を繰り返して行くものと考えられるのである。

4.4.4 超銀河宇宙

これまで大宇宙と考えられていた宇宙は1千億個程度の銀河系の集団であり、この宇宙は有限の大きさでおよそ150億光年程度であろうとされてきた。しかし実際はこの孤立した宇宙が1個だけ存在するとしたら矛盾が生じてしまうため、このような宇宙が無数にあると言う描像が合理的であることがわ

かっている。従って、この1千億個程度の銀河系の集団を「超銀河宇宙」と呼ぼう。この超銀河宇宙は爆発と膨張を繰り返して行くものと考えられる。

前述したように、我々が属している超銀河宇宙は約1千億個の銀河系が存在しており、その大きさは約150億光年であろうと考えられている。これらの数にあまり重要な物理的な意味合いはないが、大雑把な目安としては意味があると考えてよいであろう。

それでは隣の超銀河宇宙を観測することは可能であろうか？残念ながら、現在までのところ隣の超銀河宇宙までの距離を推定すべき物理的な材料を持ち合わせていないので、その距離の観測の可能性はほとんどないであろう。

以下は夢のような話になってしまうが、一つだけ観測する可能性があると考えられる事象がある。それは、たまたま爆発途上にあるような超銀河宇宙が近隣に存在する場合である。この場合、それは膨大な光を放出している事になるであろう。さらに、光を発している物質はほとんど光速に近い速度を持っている粒子の集合体であると考えられる。従ってこの場合、これらの光は強いウルトラバイオレットシフトを起こしているはずである。我々の超銀河宇宙では現在も膨張している銀河を観測しているため、その光はレッドシフトとなっている。このため、強い紫外シフトの光が観測できれば近隣の超銀河宇宙が爆発した兆候を観測したことに対応する可能性があると考えられる。

4.4.5 無限宇宙

この超銀河宇宙が無限個存在しているのが我々の真の大宇宙(無限宇宙)である。これは勿論、無限の広さを持っていて、無限の過去から悠久に存在してきた事は間違いないことである。

- 疑問：何故、無限大なのか？

根拠 1 .

宇宙が無限の大きさであるという根拠はどこにあるのであろうか？その一つとしては、もし超銀河宇宙が有限個であったとしたら、これは必ず、重力によりいつかは融合するはずであり、この宇宙が無限の過去から存在していると言う事実に反する事になっている。実際、宇宙が無限大であればこれはそれぞれの超銀河宇宙が安定であることが証明できるものである。

根拠 2 .

宇宙が無限の大きさと無限個の超銀河宇宙を持っているべきであるというもう一つの根拠は「背景輻射」と関係している。超銀河宇宙が爆発と膨張を繰り返して行ってきた描像について解説したが、この場合一つ重要な問題が生じている。それは1回の爆発によりかなり大量の光子を放出していると言う事実である。これは明らかに他の宇宙空間に放出されるため、この超銀河宇宙はその重力エネルギーを1回に爆発で有限量失っている。これが無限の過去から繰り返しているとするならば、その失ったエネルギーが無限になり、現在の超銀河宇宙の重力エネルギーと矛盾してしまうのである。従って、その分の光子のエネルギーをどこかから供給しているはずである。そしてそれが背景輻射であると考えられるのである。宇宙が無限である限り、有限の背景輻射が存在する事は自然な帰結と言えるであろう。

そして超銀河宇宙の爆発と膨張の繰り返しは「背景輻射のゆりかご」の中で可能であると考えられるのである。勿論、重力エネルギーが爆発と膨張の繰り返しの基礎的なエネルギーであることは確かではあるが、しかしそれも「光子の海」だからこそ可能と言えるのであろう。

4.5 Homework Problems

以下の問題を自分の言葉で回答する事．

4.5.1 問題 1

月面上で物体を落下させると，その運動は物体の質量には依らない．何故であるか直観的に答えよ．

4.5.2 問題 2

地球上と月面上での重力の力の強さを比較せよ．但し，力は $F = -\frac{GMm}{r^2}$ で表されている．ここで地球と月の質量と半径は

$$M_e = 5.97 \times 10^{24} \text{ kg}, R_e = 6378 \text{ km}$$

$$M_m = 7.34 \times 10^{22} \text{ kg}, R_m = 1737 \text{ km}$$

で与えられている．

4.5.3 問題 3

クーロンポテンシャルも重力ポテンシャルもともに $1/r$ の形を持っている．何故だと思うか？

4.5.4 問題 4

電磁場には光子 (フォトン) があるが，重力場には重力子 (graviton) が存在していない．これが例えあったとしても観測できないことが知られている．何故だと思うか？

4.5.5 問題 5

一般相対論は座標系に対する方程式である．これは物理学としてはどのような意味があると思うか，自分の言葉で考えてみよ．

4.5.6 問題 6

慣性質量と重力質量とはそれぞれどのような質量を意味しているのか答えよ。

4.5.7 問題 7

電磁気学の場合，粒子は電荷を持っておりそれは量子数に対応している．例えば，陽子の電荷は $+1$ であり電子は -1 である．重力の場合，これに対応する物理量が存在すると思うか？

4.5.8 問題 8

惑星の運動が平面運動になることは重力が角運動量を保存する力である事と関係していた．太陽系の惑星のほとんどが同じ平面上を運動していると言う事実から，太陽系の生成過程について考えてみよ．

4.5.9 問題 9*

電磁気学において結合定数は e であり，粒子が相互作用する場合の強さを表している．重力の場合，この結合定数は何であるか？

4.5.10 問題 10

中性子は寿命があり，約 15 分で崩壊して陽子と電子と反ニュートリノになる．ところが，中性子は原子核中では安定である．何故だと思うか，直感的に答えよ．

4.5.11 問題 11

太陽の組成はその大半が水素であることが知られている．一方，惑星はその組成として水素以外の物質がかなり多い事が知られている．この場合，その違いがどこから来たと思うか自分の考えを述べよ．

4.5.12 問題 12

生命体が存在できるためには水と空気が必要であると考えられている．そしてこの場合，惑星の重力が一定以上の大きさを持つ必要があるとされているが，これは何故だと思うか？

4.5.13 問題 13

大気圧とは基本的には空気の重さである．それは空気が地球の重力によって地上に引き付けられているからである．しかし液体のように地球の表面にのみ存在しているわけではない．何故だと思うか自分の考えを述べよ．

4.5.14 問題 14

液体は重力が一定以上強いときにのみ存在する．この場合，宇宙空間では液体はどうなると思うか？

4.5.15 問題 15

地球の公転速度が大雑把にどのくらいか計算してみよ．但し，公転軌道半径 R は $R \simeq 500c$ である．ここで c は光速で $c = 3 \times 10^8$ m/s である．また公転周期 T (1年) は約 $T \simeq \pi \times 10^7$ s である．

4.5.16 問題 16

宇宙が無限に広いとすると Olbers のパラドックスと矛盾する可能性がある．この Olbers のパラドックスとは星が一様に分布していると仮定した時，星の光をすべて集めるとその強度が無限大になってしまうと言う計算である．無限に広い宇宙がこの Olbers のパラドックスと矛盾しないかどうかを検討せよ．
(ヒント：光速が有限であることがポイント)

4.5.17 問題 17

地球表面における重力による運動方程式は地球の自転の影響を受けている．そのうちの一つに遠心力がある．これはどのような効果があると思うか？

4.5.18 問題 18

地球表面における重力による運動方程式は地球の自転の影響を受けている．そのうちの一つにコリオリ力がある．下図を参考にしながら，台風の渦が反時計まわりになる現象を説明せよ．

- 台風の渦： 地球規模でコリオリ力の影響を示している現象はいくつか知られている．その中でも台風の渦が反時計周りに回っている事は良く知られている現象である．これは台風の中心が上昇気流のため気圧が減少し，風が中心に向けて吹き込むからである．この場合，図で示したようにコリオリ力は右側に働いている．

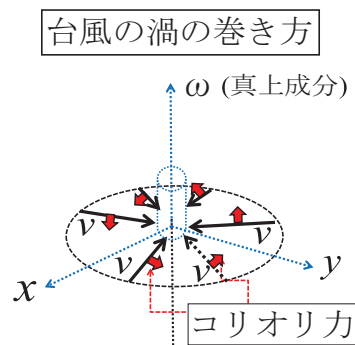


図 4.1: 台風の渦の巻き方

関連図書

- [1] J.D. Bjorken and S.D. Drell, “Relativistic Quantum Mechanics”, (McGraw-Hill Book Company,1964)
- [2] J.J. Sakurai, ”Advanced Quantum Mechanics”, (addison-Wesley,1967)
- [3] K. Nishijima, “Fields and Particles”, (W.A. Benjamin, INC, 1969)
- [4] T. Fujita, “Symmetry and Its Breaking in Quantum Field Theory” (Nova Science Publishers, 2011, 2nd edition)
- [5] T. Fujita and N. Kanda, “Fundamental Problems in Quantum Field Theory” (Bentham Publishers, 2013)