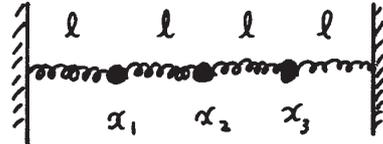


解析力学 中間試験 (2013.6.11)

学生番号 _____ 氏名 _____

1. 図のように 3 個の質点 (質量 m) をバネ定数 k の軽いバネで結び付けたものを滑らかな水平面上に置いた. バネの両端は固定してあり, それぞれのバネの自然な長さは ℓ である.



- (a) Lagrangian を求めよ .
 (b) 運動方程式を求めよ .
 (c) 新しい変数として $y_1 = x_1 - \ell$, $y_2 = x_2 - 2\ell$, $y_3 = x_3 - 3\ell$ とする時, 運動方程式をこの変数で書け .
 (d) $y_1 = A_1 e^{i\omega t}$, $y_2 = A_2 e^{i\omega t}$, $y_3 = A_3 e^{i\omega t}$ として運動方程式を解け .
2. Hamiltonian の問題 .

- (a) Lagrangian L が $L = \frac{1}{2}m\dot{q}^2 - U(q)$ で与えられている . この時, Hamiltonian H を $H = p\dot{q} - L$ で定義する . ここで $p = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}$ である . この時, $\frac{dH}{dt} = 0$ を示せ .
 (b) Lagrangian L が $L = \frac{1}{2}m\dot{\mathbf{r}}^2 + e(\dot{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) - \phi(\mathbf{r}, t))$ で与えられている . この時, x -成分に対する Lagrange 方程式を計算せよ . 但し, 電場 \mathbf{E} と磁場 \mathbf{B} は $\mathbf{E} = -\nabla\phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$, $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ と書けている .