10-5 Ampère の法則 (静磁系)

$$\nabla \times \mathbb{B} = \mu_0 \mathbb{i}$$

Stokes の定理 (2次)

$$\int \nabla \times \mathbb{B} \cdot d\mathbb{S} = \oint \mathbb{B} \cdot d\mathbb{r}$$

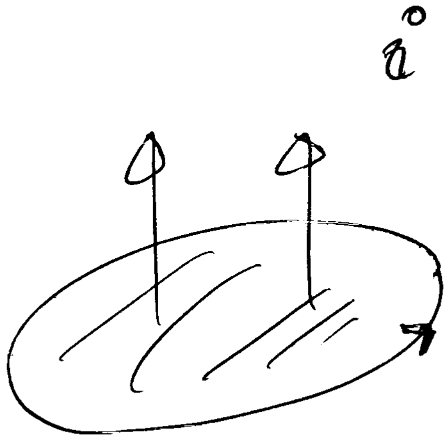
$$\shortparallel$$

$$\mu_0 \int \mathbb{i} \cdot d\mathbb{S}$$

$$\shortparallel$$

$$\mu_0 I$$

$$\therefore \boxed{\oint \mathbb{B} \cdot d\mathbb{r} = \mu_0 I}$$



面積積分

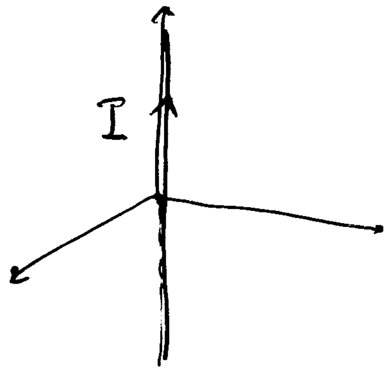
$$\int \mathbf{i} \cdot dS$$

右ねじ法則 で定義する

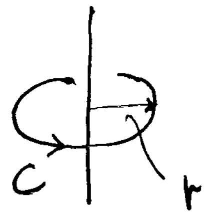
$$\int \mathbb{B} \cdot d\mathbf{r}$$

$\mathbb{B}$ は $d\mathbf{r}$ の方向に射影する

[Example ①] 直線電流 I



半径 r の円 (I が中心)



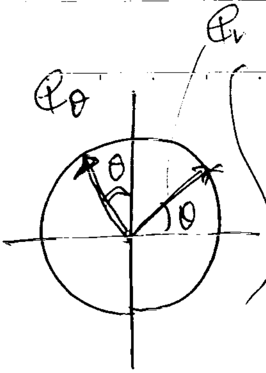
$$\int_C \mathbf{B}\cdot d\mathbf{r} = \mu_0 I$$

積分変数は θ

$$d\mathbf{r} = r\,\mathbf{e}_\theta\,d\theta$$

$$\therefore\ B_\theta \cdot r \cdot 2\pi = \mu_0 I$$

$$\therefore\ \boxed{B_\theta = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}}$$



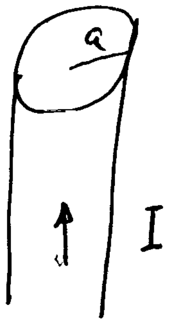
$$\mathbb{r} = (a\cos\theta,\ a\sin\theta)$$

$$d\mathbb{r} = (-a\sin\theta\, d\theta,\ a\cos\theta\, d\theta)$$

$$\begin{cases} \mathbb{e}_r = (\cos\theta,\ \sin\theta) \\ \mathbb{e}_\theta = (-\sin\theta,\ \cos\theta) \end{cases}$$

$$\boxed{d\mathbb{r} = a\,\mathbb{e}_\theta\, d\theta}$$

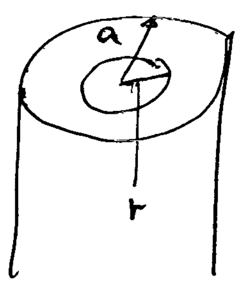
[Example ②] 半径 a の円筒に一様な電流 I が流れる



電流密度を i とすると

$$\boxed{i\pi a^2 = I}$$

(i) $r<a$ のとき



半径 r の円を考えると

$$\int B\cdot dr = \mu_0 \int i\, dS$$

$$B_\theta \cdot 2\pi r = \mu_0 i \pi r^2$$

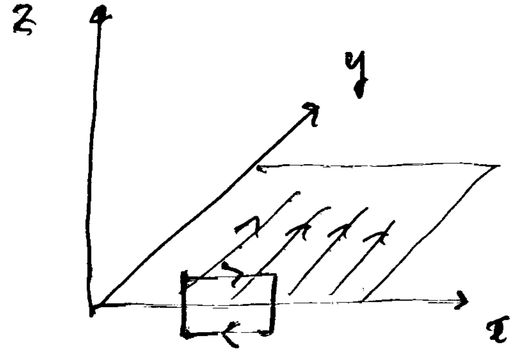
$$\therefore B_\theta = \frac{\mu_0}{2} i r$$

(ii) $r>a$ のとき

$$B_\theta \cdot 2\pi r = \mu_0 I$$

$$B_\theta = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

[Example ③]　面電流密度 K (y方向)



$$\int \mathbb{B}\cdot d\mathbf{r} = \mu_0 \int \mathbf{i}\cdot d\mathbf{S} = \mu_0 K l$$

$\shortparallel$

$2\mathbb{B}\, l$

$$\therefore\ \mathbb{B} = \begin{cases} \dfrac{\mu_0}{2}K & z>0 \\ -\dfrac{\mu_0}{2}K & z<0 \end{cases}$$

まとめると

$$\mathbb{B} = \frac{\mu_0}{2}K\,\frac{z}{|z|}\,\mathbf{e}_x$$