

5-3 点電荷のエネルギー

No.

Date 65.

(a)
$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \vec{e}_r$$

(点電荷の場合)

そのエネルギーは

$$U = \frac{\epsilon_0}{2} \int |\vec{E}|^2 d^3r$$

$$= \frac{\epsilon_0}{2} \cdot \left(\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \cdot \int_{r_0}^{\infty} \frac{1}{r^4} \cdot 4\pi r^2 dr$$

$$\therefore \boxed{U = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_0}} \quad \left(r_0 : \text{点電荷 } q \text{ の半径} \right)$$

$r_0 \rightarrow 0$ とすると $U \rightarrow \infty$

自己エネルギーは発散する。 この問題は解けない

(b) 別の解

$$U = \frac{1}{2} \int \rho \phi d^3r, \quad \phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}, \quad \rho(r) = q\delta(r)$$

$$= \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0} \int \frac{1}{r} \delta(r) d^3r \rightarrow \infty$$

◎ Casimir energy

電磁場の 自己エネルギー
 (真空エネルギー)

$$E_0 = \sum_{\mathbf{k}} \frac{\hbar}{2} \omega_{\mathbf{k}} \times 2$$

$$= \frac{\hbar L^3}{(2\pi)^3} \int d^3k \sqrt{k^2} \rightarrow \infty$$

↓ 境界条件 による

————— 2枚の導体間 ———
 —————

導体間の引力 (Casimir force)