

光と色と命と宇宙

藤田 丈久

(よろず物理研究所)

はじめに

この教科書では光が関わっている様々な物理現象について、物理学の最先端の知見に基づいた理論的な解説を試みている。第1章では色の物理学について量子力学の言葉を駆使しながら説明している。物質は様々な原子と分子から成り立っているが、物質の色はその物質(固体中)の原子・分子の励起状態の性質によって決められている。実際にはこの『脱励起光』と『物質の反射光』との重ね合わせの光を人間は認識しているので色の識別はかなり複雑なものとなっている。

第2章では原子・分子の構造を簡単に解説している。これは基本的には教科書に書かれているものであるが、専門家以外にもわかるような説明を試みている。また、第3章と第4章では光に関する物理学の基礎について説明している。これは基本的には電磁気学の教科書「電磁気学：現象と理論」で解説してある内容であるが、非常に重要であるため再度、ここに一部を抜粋して入れてある。この基礎的な物理は一部の読者にとって常識となっているかも知れないが、この場合、単純に参考にして頂ければ十分である。

第5章ではこれまでに解説した基本的な物理学を基にして地球温暖化問題を扱っている。これは地球の冷却が放射冷却のみで起こり、赤外線と大気との散乱が主な問題となっているからである。この解説に新しい物理が見られるわけではないが、しかし面白さは十分ある。

第6章では太陽系外の惑星の成り立ちについて、最新の物理的知見に基づいた議論を行っている。また、地球型惑星に関して、宇宙生命体がどのように生まれそして進化して行く可能性があるかを論じている。これはどうしても推論が主になっているが、この分野では実験を行う事が出来ないために避けられない問題である。その意味においてここでの解説は科学的な論証とは言えないが、しかし理論的に正しい推論であると確信している。

第7章ではこの宇宙の成り立ちについて、最新の物理的な知見を駆使しながら宇宙の構造を解説している。これは新しい重力理論に基づいており現在、最も信頼できる宇宙論である。この部分は教科書『宇宙の夜明け』の記述と重複しているのでより詳しい説明はその教科書を参照して頂くのが良いかと思う。

目次

第1章 光と色の物理	1
1.1 物質の色	2
1.1.1 光の吸収	2
1.1.2 光と物質の散乱	4
1.1.3 熱エネルギーへの変換	4
1.1.4 光の散乱：反射と透過	5
1.2 励起状態	6
1.2.1 共鳴散乱	6
1.2.2 励起状態の寿命	6
1.2.3 脱励起とフォトンの放出	7
1.2.4 原子の脱励起とレーザー光	8
1.2.5 同じ波長の光はレーザー	8
1.3 光の反射と吸収	9
1.3.1 絵具の色	9
1.3.2 絵具の3原色	9
第2章 原子・分子の量子力学	10
2.1 水素型原子	10
2.1.1 水素型原子の方程式	10
2.1.2 極座標での微分方程式	11
2.1.3 エネルギー固有値	11
2.1.4 波動関数	12
2.1.5 分布関数	12
2.1.6 水素原子のまとめ ($Z = 1$)	13
2.2 原子の構造	14
2.2.1 Pauli 原理とスピン	14
2.2.2 原子のエネルギー固有値	15
2.2.3 原子では $ns-$ 状態が何故、低くなるか？	17

2.2.4	μ -原子では $2p_{\frac{1}{2}}$ 状態が $2s_{\frac{1}{2}}$ 状態より低くなる！	17
2.3	分子の構造	18
2.3.1	水素分子	18
2.3.2	高分子とタンパク質	19
第3章	電磁波と波	20
3.1	電磁波の波長	20
3.1.1	電磁波の波長とその特徴	21
3.2	光の理論	21
3.2.1	フォトン (光子)	21
3.2.2	場の量子化	22
3.2.3	フォトンのエネルギー, 運動量とその波長	22
3.3	光と波	23
3.3.1	光の状態関数	23
3.3.2	光のドップラー効果	23
3.3.3	赤方偏移	24
3.4	音波	25
3.4.1	超音波	25
3.4.2	音のドップラー効果	26
3.4.3	地震波	26
第4章	光の性質とその応用	27
4.1	偏極	27
4.1.1	偏極ベクトル	27
4.1.2	偏光状態	28
4.1.3	光の性質:まとめ	28
4.2	空の青さと光の散乱	29
4.2.1	空はなぜ青いか?	29
4.3	黒体輻射	30
4.3.1	Planck の公式	30
4.3.2	Stefan-Boltzmann 則	30
4.4	太陽光発電	31
4.4.1	光電効果	31
4.4.2	光の発電機構	31
4.5	電子レンジ (Microwave oven)	32

4.5.1	熱による水分子のゆらぎ	32
4.5.2	水分子の量子状態	33
第5章	地球温暖化	34
5.1	はじめに	34
5.1.1	地球の冷却は熱伝導ではなく放射冷却	34
5.1.2	CO ₂ は赤外線を遮蔽しない	35
5.1.3	地球表面温度は1900年頃から上昇	35
5.1.4	地球温暖化の主な原因	35
5.2	地球の冷却	36
5.2.1	地球表面のエネルギー源	36
5.2.2	地球表面の温度	36
5.2.3	水による電磁波の吸収	36
5.3	地球温暖化	37
5.3.1	これまでのCO ₂ 温暖化理論	37
5.3.2	赤外線の共鳴吸収	37
5.3.3	赤外線と大気中CO ₂ の散乱確率	38
5.4	地球温暖化の真の原因	39
5.4.1	化石燃料	39
5.4.2	原子力エネルギー	39
5.4.3	海底火山の爆発	40
5.4.4	太陽の脈動運動	40
5.4.5	氷河期と間氷期	41
第6章	太陽系外惑星の宇宙生命体	42
6.1	恒星	42
6.1.1	星の形成	43
6.2	惑星	43
6.2.1	惑星の形成	44
6.2.2	宇宙における地球型惑星	44
6.3	惑星と宇宙生命体	46
6.3.1	惑星の形状と U-238	46
6.3.2	惑星と宇宙生命体の色	47
6.3.3	海の形成	48
6.3.4	地球型惑星での宇宙生命体は？	49

6.3.5	無限遠方の地球型惑星の生態	51
第7章	新しい宇宙論	53
7.1	Olbers のパラドックス	53
7.1.1	Olbers のパラドックスの問題点	54
7.1.2	光速の有限性と無限大の認識	54
7.2	背景輻射	55
7.2.1	熱平衡	55
7.2.2	宇宙にある光子の衝突回数	56
7.2.3	背景輻射の起源	56
7.3	宇宙の膨張と融合	57
7.3.1	空間の膨張	57
7.3.2	アンドロメダと Milkyway 銀河の融合	57
7.3.3	銀河団の融合	58
7.3.4	爆発による粒子とフォトンの消滅	58
7.3.5	宇宙は無限の過去から存在	58
7.4	α 宇宙と Mugen 宇宙	59
7.4.1	α 宇宙と Mugen 宇宙の階層構造	59
7.4.2	宇宙ファイアボール	60
7.4.3	銀河核の物理学	60
7.5	新しい宇宙像	61
7.5.1	α 宇宙の中心	61
7.5.2	背景輻射と宇宙の無限性	62
付録 A	赤外線と大気中 CO₂ 散乱	63
A.1	Thomson 散乱の微分断面積	63
A.2	光の大気中での平均自由行程 l_b	63
A.3	赤外線が CO ₂ と散乱する確率	64
A.4	温暖化の計算への影響	64
付録 B	重い原子核生成	65
B.1	太陽内部の核融合	65
B.2	重い原子核の生成	65
B.2.1	Fe や Ni 原子核	66
B.3	存在確率の多い原子核	66
B.4	超新星爆発	66

付録 C Rayleigh 散乱	67
C.1 光と電子の相互作用	67
C.2 2次摂動の散乱行列	68
C.2.1 散乱 T 行列の評価	68
C.2.2 Closure 近似	68
C.2.3 散乱 T 行列	69
C.3 Rayleigh 散乱の断面積	69
C.3.1 微分断面積	69
C.3.2 λ_0 の評価	70
C.3.3 Compton 散乱の微分断面積	70
C.3.4 次元解析による評価	71
C.3.5 Rayleigh 散乱は起こらない!	71
付録 D 特殊相対性理論の解説	72
D.1 特殊相対性理論	72
D.1.1 Lorentz 変換	72
D.1.2 微分量の Lorentz 変換	73
D.1.3 運動方程式の変換不変性	73
D.2 運動系の時間は遅れるか?	75
D.2.1 間違いの思考実験	75
D.2.2 時刻刻みの矛盾	76
D.2.3 思考実験の何処が間違いか?	77
D.2.4 高速慣性系の時計は遅れない!	77
D.3 相対論的古典力学	78
D.3.1 速度の定義	78
D.3.2 Lorentz Contraction	79
D.3.3 高エネルギー重イオン反応	79
D.4 2個の慣性系：相対論の具体例	80
D.4.1 大気圏で生成された μ -粒子の寿命	80
D.4.2 μ -粒子の走行距離 L	80
D.4.3 加速器実験	81
D.4.4 光のドップラー効果	81
付録 E 一般相対性理論の解説	82
E.1 一般相対性理論は重力理論と無関係	82

E.2	無関係性の一般的証明	83
E.2.1	右辺の計量は誰が決めたか?	83
E.2.2	右辺の $T^{\mu\nu}$ はどう計算されたか?	83
E.3	一般相対性理論の自然界への応用はない!	84
E.3.1	重力波の問題	84

第1章 光と色の物理

人間は色を識別できているが、この事を物理の言葉で理解するためには二つの物理過程をきちんと見て行く必要がある。まず一番目としては、対象となる物質がどのように特定の色(波長)の光を放出するのかという問題を理解する必要がある。この場合、その物質に白色光を当てると

- (1) 特定波長の光がその物質の原子に吸収されて励起状態になる。
- (2) それは直ちに脱励起してそのエネルギー差の波長の光を放出する。
- (3) 脱励起光と物質の反射光の重ね合わせが物の色に対応する光となる。

物の色とは、脱励起した光(脱励起光)に物質によって反射した反射光が重みをもって平均的に重ね合わされた光の束に対応している。この平均波長の光を観測する事により、その物の色を識別している。

二番目としてはその平均波長の光を網膜がどのように識別できるのかと言う問題である。しかしこれは光をキャッチしてそれを吸収するタンパク質の問題となるためかなり複雑であり、それを物理の言葉で理解するのは極めて難しいと言える。恐らくは、特定の波長を持った光を吸収して励起状態に遷移するタンパク質が用意されているものと考えられるが、良くわからない。

さらに、その光のエネルギーを感知した後、何らかの形でその情報を伝達する必要がある。この情報伝達は基本的には電子の流れ(電流)で行われると考えられる。しかしながら、これらの問題は今後の量子生物の進展を待つ以外にないと考えている。このためここで有益な解説をする事は現在のところ不可能である。

1.1 物質の色

黄金は単原子物質であり物理的な構造は単純であると言える。ここではこの黄金の色について考察しよう。黄金は金色(黄色)に輝いているが、これは反射光が強い事を示している。この場合、白色光が金の塊にあたると黄色(第1励起状態は緑)の光に対応する励起状態(ΔE)に遷移して、直ちに脱励起して光を放出する。そしてこの光の波長は $\lambda = \frac{hc}{\Delta E}$ となっていて緑に対応している。それ以外の波長の光は表面で散乱されるかその物質内部に浸透して行くかどちらかである。人が認識しているのはこの『脱励起光』と反射光の重ね合わせの光の束であり、これが黄色を示している。しかし金原子の第1励起エネルギーは緑色の波長に対応しているので反射光との重ね合わせがもとの波長よりも少し長い波長となっているのであろう。但し光で原子を励起する場合、E1遷移する状態が第1励起エネルギー状態とは限らない。その意味で、E1で強く遷移する状態のエネルギーピーク値の問題が残っているとは思われる。しかしながら、それが長波長領域に移る事はないので金原子の場合、反射波との重ね合わせの可能性が高いと言えよう。

1.1.1 光の吸収

物質が光を吸収するという表現に対して、物理的には幾つかの要素が含まれている事に注意する必要がある。「吸収(absorption)」とは光がその物質の中に入って消えてしまう事であると言うイメージを持つと、これはあるいは誤解をまねきかねない表現と言える。

光が物質と相互作用するという事は光が原子中の電子と衝突する事を意味している。その後、どうなるかを量子力学の言葉で理解する事が重要であるが、しかしこれは物理学としては相当、難しい事であると言える。今の場合、物質による光の吸収過程には主に5つの物理過程が考えられる。

- 原子の励起と脱励起(共鳴散乱)

1番目として、光と相互作用した電子は原子の励起状態にE1遷移するという過程である。この反応において、その光の波長が丁度、励起状態のエネルギーと一致している事が条件である。この場合、これは共鳴散乱なので衝突の確率はかなり大きい事が知られている。しかし脱励起は光を放出して一瞬で起こり、その光は方向性を持たない。すなわち光はあらゆる方向に放出されている。

- 熱振動

2番目として光のエネルギーを受け取った電子がそれを何らかの方法でその原子核の重心運動(熱振動)に変換されると言う過程が考えられる。しかしこの計算はそれ程、単純ではないので正確な評価を行う事は容易ではない。

- 透過と Compton 散乱

3番目として光が原子中の電子と Compton 散乱すると言う過程も考えられる。今の場合、光と電子の散乱としては弾性散乱を考えているが、原子に束縛された電子との散乱はかなり複雑である。しかし、光が物質と前方弾性散乱を行う場合、これは基本的にその物質を透過してしまう事になっている。ガラスなどとの散乱が典型的である。ガラスなどの場合、光の散乱により、その物質の電子を励起状態に持って行けないと言う事に対応している。但しガラスにおいても一定の反射が存在している事は確かな事であろう。

- 反射と Compton 散乱

4番目として光が原子中の電子と Compton 散乱した場合、それが後方に散乱される場合がある。これは主に物質の表面で起こっていると考えられるが、これが反射となっている。実際、ほぼ完璧に表面で反射を行う物質が存在していて、それは鏡である。

- 電子の飛出し (光電効果)

5番目として光のエネルギーを受け取った電子が原子から弾き飛ばされてしまう可能性がある。この場合、弾かれた電子は隣の原子に捕まるか、または他の物質と衝突したりしてこれはその物質の熱エネルギーへと変換されるものと考えられる。この場合、もし光のエネルギーがその原子のイオン化エネルギーより高ければ、弾かれた電子は他の物質と衝突してエネルギーを失って行くことになる。しかし可視光領域ではこの条件を満たす原子は少ない。

ある種の物質では、光によって弾かれた電子をうまく集めて電流として取り出す事が出来ている。これが太陽光発電であり、太陽光のエネルギーを利用している。これは光電効果の現象をうまく利用しているため、効率さえ改善されれば将来の主要なエネルギー源となる可能性は十分ある。このためには物質の構造、特に表面物性をきちんと理解する事が必須条件である。

1.1.2 光と物質の散乱

光と物質の散乱はそう単純なものではないが、しかし光の波長に強く依存している物理過程は原子の励起と脱励起によるものだけである。Compton 散乱は波長依存性がないので、この散乱光で物質に色が現われる事はない。

1.1.3 熱エネルギーへの変換

光が黒っぽい物質に当たるとその光の大半はその物質に吸収されると考えられる。この場合、その光のエネルギーの多くは熱エネルギーとなって行く。しかしどのように光のエネルギーが熱に変換されるのかと言う問題はかなり難しいものであり、詳細な計算を実行する事は容易な事ではない。

- 原子・分子の重心運動

物理的には、光は基本的に電子としか相互作用しないので、黒い物質中の原子・分子のどれかの電子が光と相互作用する事になっている。そしてこの相互作用によって光のエネルギーは原子・分子の重心運動のエネルギーへと変換される。これが熱エネルギーそのものである。しかしこれは実際の計算を行わないと、その物理過程の本質を理解する事は難しいものである。

1.1.4 光の散乱：反射と透過

これまで解説した物理過程は光の吸収と言われている光の現象である。それとある程度は重なるものではあるが、光は物質を透過したり、また反射したりしている。この透過と反射は物質の吸収とは直接関係しているとは言えない。但し、透過の現象はある意味で光の吸収の一部と言えなくもない。

(1) 物質表面での反射

光は物質表面で反射する場合がある。特に、白い物質においてはかなりの光が反射しているものと考えられる。さらに鏡の場合はほとんどの光をうまく反射してしまうのであろう。光の反射は Compton 散乱であるため、この散乱断面積の性質は実験的にも理論的にもかなり正確に分かっている。但し、物質との散乱の場合、少し様相が異なる事も知られている。それは物質の構造に依ってしまうからである。特に、束縛された電子との散乱では単純な Compton 散乱の断面積とは異なっている事が知られている。いずれにしても、光が物質と散乱する場合における散乱波の強度はその波長 λ にせいぜい冪での依存性となっている。従って、この Compton 散乱の断面積の波長依存性はかなり緩やかなものとなっている。

一方、光が原子を励起状態に遷移させると言う共鳴散乱の断面積は、ある特定の波長で大きなピークを示している。そして一般的な共鳴散乱の場合、その散乱断面積はかなり大きい事が実験的に知られている。

(2) 光の透過

ガラスのような物質は光がほぼすべて透過して行く。勿論、多少の反射は存在しているし、また熱エネルギーへの転換も少しは存在していると考えられるが、しかしそれらの光の量は著しく小さいものである。光が物質を透過すると言う事は、その物質中の原子とは弾性散乱しかしないと言う事を意味している。光が透過する身近な物質として水がある。水分子中の水素原子の場合、第1励起エネルギーは 10 eV 程度であり、これは可視光のエネルギー領域 (青が 3 eV 程度) を大幅に超えている。従って、光が水素原子と衝突しても吸収されることはない。また酸素原子の第1励起エネルギーは可視光のエネルギー領域を少し超えているので吸収はほとんど起こらない。

1.2 励起状態

原子には沢山の励起状態が存在している。この励起状態の存在は最も量子力学的な事象の一つと考えて良い。実際、古典力学的な描像においては励起状態と言う概念は存在していない。原子内の電子が原子核から受ける力や電子間に働く力はクーロン力である。この場合の束縛状態は電子が自由粒子である場合のエネルギーと比較すると、負のエネルギーとなっている。例えば一番簡単な水素原子の場合、その基底状態の束縛エネルギーは -13.6 eV である。そしてこの場合、第1励起状態のエネルギーは -3.4 eV である。一般の原子の場合、電子の数が増えて行くにつれて原子核の電荷も同様に増えて行く事になる。これは安定な原子は電氣的に中性である必要があるからである。

1.2.1 共鳴散乱

光が原子中の電子と散乱して原子を励起状態に遷移させる反応過程を共鳴散乱と呼んでいる。これは散乱断面積がピークを示すことで良く知られている。今、ある原子の励起状態のエネルギーが ΔE だけ基底状態よりも高いとしよう。ここでこの基底状態の原子に丁度、このエネルギー差 (ΔE) に対応するフォトン (波長 λ) が衝突するとフォトンが電子に吸収されて原子は励起状態に遷移する。これが共鳴散乱であり、一般的には大きな散乱断面積を持っている。

この散乱過程においては、電子が光を吸収して励起状態に遷移した状態となっている。この物理過程は基本的には原子内の最外殻電子によって行われている事が分かっているが、この反応時間は非常に短い ($\sim 10^{-9}$ 秒) ものであり、ほぼ瞬間であると考えて充分である。

1.2.2 励起状態の寿命

原子が励起状態に遷移した時、この励起状態はほとんどの場合、非常に短い寿命を持つてることが分かっている。通常の原子の場合、励起状態の寿命 τ は大体 $\tau \sim 10^{-9}$ 秒の大きさである事が知られている。従って、光を吸収して励起状態に遷移しても、ほとんどの場合、即座にまた光を放出して基底状態に戻る事になっている。ここで重要な事は励起状態から放出される光のエネルギーは決まっていると言う事である。すなわち、原子の脱励起により放出される光の波長は励起エネルギーに対応した波長 ($\lambda = \frac{hc}{\Delta E}$) になっている。

- 励起状態で長い寿命の原子はあるか？

前述したように、励起状態の寿命はほとんどの場合、非常に短い事が知られている。それでは、一つの原子または分子内での励起状態でその寿命が $\tau \sim 10^{-9}$ 秒よりも著しく長くなる事 (例えば秒レベル) は存在しているのでしょうか？現在までのところ、励起状態で長い寿命の原子は見つかってはいない。

- 蛍光現象では寿命が長い！

我々が良く知っている光の放出に蛍光現象がある。この場合は確かにその寿命が秒の大きさである場合が知られているし、実際、例えば時計の蛍光塗料の場合、少なくとも何秒かは蛍光が残っている。しかしながら、これは原子の励起状態からの脱励起の光とは物理的なメカニズムが全く異なっていて、蛍光現象の物理は脱励起物理とは関係ない事が分かっている。

1.2.3 脱励起とフォトンの放出

従って、光を吸収して励起状態になっても、ほとんど直ちに脱励起して光 (脱励起光) を放出することになっている。この場合、放出されるエネルギーは ΔE である。ここで非常に重要な事は、この場合、放出される光は ΔE に対応する波長 λ を持った光と言う事である。

以上の考察から分かった事は、白色光がある特定の色に対応する励起状態をもつ原子に吸収されると、その原子は直ちにその励起状態のエネルギーに対応する光を発すると言う事である。この散乱過程は共鳴散乱であるため散乱確率が大きい事が知られている。このため、我々は脱励起光を観測して色が識別できると言う事である。

物質が脱励起光を放射する時、その方向性が非常に重要となっている。実は、共鳴状態から放出される脱励起光はその方向性がない。これは原子における状態間の遷移には運動量の保存が関与していないからである。従って、 ΔE のエネルギーを受け取った光子はその方向を決めるべく因子がないので、どの方向にも等分に放出されるのである。物質の色が何処から見ても同じ色になっているのはこの事が重要な要素となっている。

1.2.4 原子の脱励起とレーザー光

ここでレーザー光について簡単な説明をしておこう。レーザー光とはある原子を励起する事により、その原子が脱励起して光を放出したその光を集めた光線の事である。これは、原子の脱励起光を鏡でうまく集めて、それをレーザー光線にした事に対応している。この場合、その束である光線はぼやけることなくそのままの束で直進する事が実験的にも理論的にも証明されている。例えば、レーザー光を月に照射した場合、ほとんど同じ束で月に届く事が確かめられている。一方、通常の色光をうまくビームにしても、それはその束(波束)が次第に崩れて広がって行く事が分かっている。

今、緑色のレーザー光のポインターを考えてみよう。これはどの物質に充てても、しっかりと緑色のマルが認識されている。それはこの光の反射光を人間の目が認識するからである。

1.2.5 同じ波長の光はレーザー

λ という同じ波長の光が原子から放出されると、これはレーザー光と同じで、その色の光だけが見える事になっている。実際にはこれに反射光が加わるため、物の色は複雑になっている場合が大半である。

1.3 光の反射と吸収

絵具は3原色を混ぜ合わせると黒色になる。何故であろうか？一方、光の場合は沢山の波長の光を混ぜ合わせると白色光になっている。これは波長の重ね合わせとして考えるため、理解する事に難しさはない。しかし絵具の場合は話が多少、複雑であり、この問題をここで議論して行こう。

1.3.1 絵具の色

赤の絵具は赤色の波長の光だけを放出している。それ以外の波長の光は吸収されていて、反射光はかなり少ないものと考えられる。これは固体の金などと比べると、相当な違いがあるものと思われる。特に、金の場合、反射波がかなり多くてそのため輝いているのであろう。但し、絵具の場合、物質としてはかなり複雑となっているので、例えば赤の絵具でも幾つかの種類の赤色物質が混じっているものと考えられる。従って、物理としてはかなり複雑になっていると言える。

1.3.2 絵具の3原色

赤と青と緑の絵具の3原色を混ぜ合わせた場合を考えてみよう。この場合、3原色を混ぜ合わせると赤の絵具は青や緑の光を吸収してしまい、青は赤と緑の光は吸収するため、結果的に全体としては黒っぽく見えると考えられるのである。ここで、それぞれの色の光はかなり減っても残っているはずである。そして、それが重ね合わさって白色光として見えているものと考えられる。これは測定すればわかる事であると思われるが実際、本当に少しでも残っているのかどうかは検証が必要であろう。

一方、最初から黒色物質の場合、これは基本的にすべての波長の光を吸収するので、絵具3原色からの黒とは少し異なっていると考えてよいであろう。さらに黒色物質の場合、反射波はかなり抑えられているものと考えられる。

第2章 原子・分子の量子力学

光と物質の相互作用を扱う場合、どうしても基本的な量子力学の知識が必要となっている。量子力学を簡単に解説する事は不可能であるが、ここでは原子中の電子が光と相互作用した際、光を放出するという物理過程に必要な量子論について、理解を深められるような解説を試みている。特に、この章では原子の構造を量子力学の言葉を用いながら、出来る限り簡単に解説して行く。

2.1 水素型原子

水素原子は陽子の周りに電子が1個存在している原子である。これは最も単純な原子であるが、この原子の性質をしっかりと理解できると原子全体の大雑把な描像を作る事が出来る。量子力学では水素型原子として陽子の電荷を Ze と一般化して方程式を解く場合が多い。この方が結果を覚えやすいと言う事もある。水素は勿論、 $Z = 1$ である。

2.1.1 水素型原子の方程式

水素型原子の波動関数とそのエネルギー固有値を求めるためにはSchrödinger方程式を解く必要がある。これは陽子(但し電荷は Ze としている)の周りを回っている電子に対する微分方程式である。ここで電子が陽子の作るポテンシャル $U = -\frac{Ze^2}{r}$ によって束縛される場合、そのSchrödinger方程式は

$$-\frac{\hbar^2}{2m_e} \nabla^2 \psi(\mathbf{r}) - \frac{Ze^2}{r} \psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}) \quad (2.1)$$

となっている。ここで m_e は電子の質量であり、 E はエネルギー固有値である。またポテンシャル $U(r)$ は陽子が作るものであり、電気的な相互作用から求められている。

具体的にこの微分方程式をどのように解くかと言う問題は専門家用となっている。従って、量子力学を理解してそれを応用したいと言う研究者には読み飛

ばして先に進んでも十分である。ここでは量子力学の方程式を解いて行く流れを解説するために、ここに記述しているものである。

2.1.2 極座標での微分方程式

今、 ∇^2 を極座標で書くと式 (2.1) は $\psi(\mathbf{r}) = R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta, \varphi)$ として代入すると

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_e} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2m_e r^2} - \frac{Ze^2}{r} \right] R_{n,\ell}(r) = ER_{n,\ell}(r) \quad (2.2)$$

となる。但し $\left\{ \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\sin\theta \frac{\partial}{\partial\theta} \right) + \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2}{\partial\varphi^2} \right\} Y_{lm}(\theta, \varphi) = -\ell(\ell+1)Y_{lm}(\theta, \varphi)$ を使った。ここで n, ℓ は水素原子の状態を指定する量子数を表している。そして $n = 1, 2, 3, \dots$ および $\ell = 0, 1, 2, \dots$ の値をとる。

2.1.3 エネルギー固有値

この Schrödinger 方程式を解くとエネルギー固有値 E_n が求まる。

$$E_n = -\frac{m_e(Ze^2)^2}{2\hbar^2 n^2}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.3)$$

束縛状態なのでエネルギー E_n は負である。よりわかり易い表現は

$$E_n = -\frac{m_e c^2 (Z\alpha)^2}{2n^2}, \quad \alpha = \frac{1}{137} \quad (2.4)$$

であり、この形で覚えた方が良い。ここでコメントであるが、 E を E_n と書くのはエネルギー固有値は量子数 n などで指定されるためである。それ以上の意味合いは特になく、この様に書くと単純にわかり易いと言う事である。

● 水素原子のイオン化エネルギー： 具体的に $Z = 1$, $n = 1$ の場合を計算して見ると $m_e = 0.511 \text{ MeV}/c^2$ より

$$E_1 = -0.511 \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{137} \right)^2 \text{ MeV} \simeq -13.6 \text{ eV} \quad (2.5)$$

となり、これが水素原子の基底状態のエネルギーである。この 13.6 eV のエネルギーはイオン化エネルギーとも呼ばれている。それは 13.6 eV 以上のエネルギーを水素原子に与えると電子が引き剥がされて自由電子となり、陽子(イオン)だけが残るからである。

2.1.4 波動関数

水素原子の一般的な波動関数の形は

$$\psi(\mathbf{r}) = R_{n\ell}(r)Y_{\ell m}(\theta, \varphi) \quad (2.6)$$

と書けている．ここで $R_{n\ell}(r)$ が動径の波動関数， $Y_{\ell m}(\theta, \varphi)$ が角度の波動関数になっている．ここで基底状態の波動関数だけ書いておこう．基底状態を表す量子数は主量子数 n が $n = 1$ である．角運動量の量子数 ℓ は $\ell = 0$ である．この場合，基底状態の事を $1s$ -状態という．この波動関数は

$$R_{1s}(r) = \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} 2e^{-\frac{Zr}{a_0}}, \quad Y_{00}(\theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \quad \text{で与えられる.}$$

a_0 は Bohr 半径と呼ばれているもので $a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e^2} \simeq 0.53 \text{ \AA}$ である．

2.1.5 分布関数

水素原子中の電子の基底状態の波動関数が

$$\psi_{1s}(r) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \left(\frac{1}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} 2e^{-\frac{r}{a_0}} \quad (2.7)$$

と求められている．その電子の分布を $\rho(r)$ とした時， $\int_0^\infty \rho(r) dr = 1$ の規格化条件が必要である．電子の基底状態の波動関数の場合，

$$\rho(r) \equiv 4 \left(\frac{1}{a_0}\right)^3 r^2 e^{-\frac{2r}{a_0}}$$

とすれば確かに規格化されている．この分布関数は $r = a_0$ でピークになっているため，基底状態の電子は主として $r = a_0$ の付近に存在している事がわかる．

2.1.6 水素原子のまとめ ($Z = 1$)

- Bohr 半径 : $a_0 = \frac{\hbar^2}{me^2} = 0.529 \times 10^{-8} \text{ cm}$

- エネルギー : $E_n = -\frac{mZ^2e^4}{2n^2\hbar^2} = -\frac{mc^2(Z\alpha)^2}{2n^2}$
($m=0.511 \text{ [MeV}/c^2]$, $\alpha = \frac{1}{137}$)

- 波動関数: $\psi(\mathbf{r}) = R_{n\ell}(r)Y_{\ell m}(\theta, \varphi)$

(1) $1s$ -状態 ($E_{1s} = -13.6 \text{ eV}$)

$$R_{1s}(r) = \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} 2e^{-\frac{Zr}{a_0}}, \quad Y_{00}(\theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}$$

(2) $2p$ -状態 ($E_{2p} = -3.4 \text{ eV}$)

$$R_{2p}(r) = \left(\frac{Z}{2a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{Zr}{\sqrt{3}a_0} e^{-\frac{Zr}{2a_0}}$$

$$\begin{cases} Y_{11}(\theta, \varphi) = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{i\varphi} \\ Y_{10}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta \\ Y_{1-1}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{-i\varphi} \end{cases}$$

(3) $2s$ -状態 ($E_{2s} = -3.4 \text{ eV}$)

$$R_{2s}(r) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \left(2 - \frac{Zr}{a_0}\right) e^{-\frac{Zr}{2a_0}}, \quad Y_{00}(\theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}$$

2.2 原子の構造

原子においては、 Z 個の電子が原子核からのクーロン力 (引力) を感じている。さらにこれらの Z 個の電子はそれぞれ互いに斥力の相互作用をしながら電荷 Z の原子核に束縛されている。この原子の質量の大半は原子核が持っているが、原子の物理的性質を決めているのは電子である。原子核はその質量が重いいため、熱振動などは基本的に原子核の運動が決めているが、それ以外では電子達を引きつけるクーロン力を生み出す役割を果たしている。

その原子核に束縛されている Z 個の電子は原子核からの引力に加えて、電子間にはクーロンの斥力が働いているため、 Z 個の電子系は多体問題となっている。このため原子の束縛状態を知るためには電子の多体方程式を解く必要があるが、これは厳密に解くことは不可能である。実際問題としては Hartree-Fock の近似法が非常に良い事がわかっており、その手法によりエネルギー固有値を数値的に求める事が出来ている。この場合、Hartree-Fock 法による方程式を数値的に解くコンピュータコードも一般に良く知られている。また実験値との比較でも、その計算結果の精度は予想以上に高く、原子の実験値を良く再現している場合が多く知られている。

2.2.1 Pauli 原理とスピン

電子はフェルミオンと言う粒子であり、この場合、フォトンと違って Pauli 原理に従うことが分かっている。

● **パウリ原理** : Pauli 原理とは「どのフェルミオンも一つの量子状態には1個のフェルミオンしか入れない」と言うものである。従って、電子は1個の量子状態 (例えば $1s$ -状態) には1個の電子のみ存在できる。これは厳密に成り立っている事が証明されている。従って、原子はエネルギーの低い状態から順番に埋まって行き、その結果、沢山の原子が生成されることになっている。

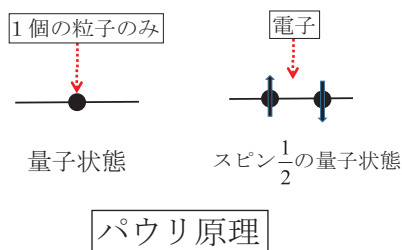


図 2.1: パウリ原理

● スピン： また、電子にはスピンと言う自由度がある。この場合、電子のスピンは $\frac{1}{2}$ である事がわかっている。理論的には Dirac 方程式を解くと自然な形で電子のスピンが $\frac{1}{2}$ であることが証明されている。従って、スピンまで考えると $1s-$ 状態と言う表記は充分とは言えず、実際は $1s_{\frac{1}{2}}$ という表記を使っている。しかし原子や分子を議論する場合、このスピンのダイナミクスに果たす役割はそれ程、大きいとは言えない。これはクーロン相互作用がスピンには依っていないからである。従って、ここでは、スピンに関しては単純に2個の自由度と言う事だけで議論を進めて行こう。

2.2.2 原子のエネルギー固有値

原子のエネルギー固有値と言う場合、その固有値とは大雑把に言ってその原子の最外殻にある電子のエネルギー固有値の事を意味している。原子は電子の数が1個ずつ増えて行くが、それにつれて原子の名前が決められている。

● He 原子

水素原子の次が He 原子であり、 $Z = 2$ である。この場合、基底状態の軌道は $1s-$ 状態となっている。そしてその状態には2個の電子が入っている。スピン自由度のおかげで $1s-$ 状態には2個の電子(スピナップとスピンドアウンの状態)が入る事が許されているからである。この He 原子のエネルギー固有値は変分法と言う近似計算により、かなり高精度で求める事ができている。

● Li 原子

原子状態としては $1s-$ 状態の次は $(2s, 2p)$ 状態である。この2個の状態は同じエネルギーを持っているので、これは『縮退』している。量子力学では縮退と言う言葉が良く出てくる。これは複数の状態が同じエネルギーを持っている場合、この状態は『縮退』していると言う表現を使っている。

Li 原子では3個の電子が原子核に束縛されているが、この場合、2個の電子は $1s-$ 状態に入っている。次の3個目の電子、すなわち最外殻の電子状態は $2s-$ 状態である。水素型原子の場合は、 $2s$ と $2p-$ 状態は同じエネルギー状態にあり、これは縮退している。しかし現実の Li 原子では3番目の電子の状態は $2s-$ 状態にある。これは勿論、Hartree-Fock の数値計算を実行すれば自動的に $2s-$ 状態の方が $2p-$ 状態よりも低くなる事が示されている。この場合、何故 $2s-$ 状態の方が低くなるのかを直感的に理解する事はかなり重要な事である。この物理的な理由は次節で簡単に解説しよう。

- その他の原子

このように、電子が一つずつ増えて行き、自然界には沢山の原子が作られている。それぞれの電子にはそれぞれの性質があって、それがこの世界の多様性を生み出しているものである。 Z の数が大きくなってゆくとそれに伴って、原子核の陽子の数も増えて行く事になっている。この場合、原子核は陽子の数が100近くになると安定ではなくなる事が分かっている。このため、原子の種類も $Z = 92$ くらいまでが自然界に存在できる上限となっている。ちなみに $Z = 92$ の原子核が原子力発電に利用されているウラン (U) である。

- 陽子の数が100近くの原子核は不安定

陽子の数が増えてくると原子核は何故、不安定になるのでしょうか？これは原子核物理学の問題であり、原子とは直接、関係はしていないが、ここでその理由を簡単に解説しておこう。原子核は核子間の核力により非常に強く束縛されている。この核力は強い引力を持っているが、しかし陽子間にはクーロンの反発力が働いている。この陽子の数が100近くになるとクーロン斥力も核力と競争する程の強さになる。これはクーロンエネルギーが Z^2 に比例して増加するからである。一方、核力は短距離力であり原子核の束縛エネルギーは核子数 A が増えた時、その A に比例した線形増加となっている。それで $Z = 100$ 近くの原子核は結果的に不安定になってしまうと言う事である。

2.2.3 原子では ns -状態が何故、低くなるか？

原子番号が増えて行くにつれて $2s, 3s, \dots$ 状態が $2p, 3p, 3d$ などよりもより低いエネルギー状態として現れてくることが分かっている。ここではこの物理的な理由について、直感的な描像を簡単に解説しよう。

- s -状態は原点に存在確率がある：

原子には中心に原子核があり、その原子核が電子達に対して引力を生み出している。そしてその原子核の周りに電子達が存在している。この時、電子個々の波動関数の性質が非常に重要になってくる。特に s -状態電子はその波動関数が原点に有限の存在確率を持っている。従って、 s -状態電子は原点付近における有限な波動関数のために原子核からの引力を受ける事が出来る。このため、周りの電子から斥力を受けても原子核からの引力によりエネルギーを稼ぐことができるのである。このため s -状態の電子はエネルギー的には低い状態が生成されるのである。

2.2.4 μ -原子では $2p_{\frac{1}{2}}$ 状態が $2s_{\frac{1}{2}}$ 状態より低くなる！

ここで μ -原子について簡単に触れておこう。この μ 粒子 (ミューオン) はその寿命がマイクロ秒の大きさの不安定粒子であるが、電子よりもその質量が 200 倍近く重いため、物理学としては非常に奇妙なしかし面白い原子となっている。 μ -原子とは通常の原子に μ 粒子を束縛させたものである。そしてこの μ -原子のエネルギー準位が測定されている。その結果、この第 1 励起状態は $2p_{\frac{1}{2}}$ 状態であることが分かっている。すなわち、 $2s_{\frac{1}{2}}$ 状態の方が斥力を感じていると言う事である。何故であろうか？

今回の場合、 μ 粒子は原子中の電子達よりも 200 倍も中にあるため、電子からの相互作用 (斥力) はほとんど感じる事はない。従ってこの μ -原子は典型的な水素型原子となっていると言う事である。さらにこの μ 粒子の Bohr 半径は電子の Bohr 半径よりも 200 倍ほど小さいため、原子核の有限サイズの効果はかなり大きく感じる事になっている。一方、有限サイズのクーロンポテンシャルは原点で弱くなっているため、原点で大きな振幅を持っている $2s_{\frac{1}{2}}$ 状態はあたかも原子核から斥力を感じるような状態になっている。従って $2s_{\frac{1}{2}}$ 状態が $2p_{\frac{1}{2}}$ 状態よりも上に出てしまうと言う事である。

2.3 分子の構造

複数の原子が結合して分子を形成している。その方がバラバラの原子状態よりもエネルギー的に低いからである。しかし何故、分子の状態の方がエネルギー的に得するのかと言う問題は相当、難しいものであり、直感的な解説が簡単にできるものではない。

2.3.1 水素分子

水素分子 H_2 は水素原子 2 個が結合した状態である。すなわち水素原子 1 個の状態よりも水素分子になった方がエネルギー的に低い状態なのである。しかし水素原子は中性であり、水素原子同士が遠くにあってもクーロン力が直接働くと言う事はない。従ってこれは量子力学の 2 体問題としてしっかり解く必要がある。理論的にはこれは電子 2 個と陽子 2 個の 4 体問題となっている。実際の計算では、2 個の陽子を止めておき、これらはダイナミクスには効いてこないと言う仮定 (Born-Oppenheimer 近似) を用いて 2 体問題として取り扱う。それでもこの計算は簡単ではない。

水素分子の方が水素原子 2 個がバラバラの状態にいるよりもエネルギー的にどうして低くなるのかと言う問題について考察してみよう。ここでは水素原子 A, B と名付けてそれぞれの原子の電子、陽子を A-電子、A-陽子などと名前を付けよう。このように 2 個の水素原子に名前を付けられるのは Born-Oppenheimer 近似をしているからである。ここで A-電子は基本的には A-陽子の束縛状態となっている。しかしある確率で、この A-電子は B-陽子の軌道に存在する場合がある。これは $1s_{\frac{1}{2}}$ 状態に 2 個の電子が入れるからである。この場合、A-陽子と B-陽子系 (電子は 2 個) の間には引力が働き、その分エネルギー的に得をする可能性があると言うことである。従って、全体としては引力の方が大きくなり、2 個の水素原子は分子となると考えられるのである。

この場合、一つ重要な条件がある。水素原子には電子のスピン自由度のため $1s_{\frac{1}{2}}$ 状態に 2 個の電子が入る事ができる。これが非常に重要な条件になっている。実際、He 原子では分子を作る事はできない。それはこの場合、 $1s_{\frac{1}{2}}$ 状態は詰まっているからであり、これは He 原子が閉殻を作っている事に対応している。この事はかなり一般的に言えることで、例えば酸素原子は 2 個で酸素分子を作ることができるが、Ne-原子に関しては分子を作ることはできない。それは Ne-原子が閉殻となっているからである。

2.3.2 高分子とタンパク質

水素分子や酸素分子は2原子分子であり、これは単純な分子である。しかし現実の世界はむしろ沢山の分子と原子が結合して高分子が形成されることが分かっている。そしてそれらがさらに結合を繰り返してタンパク質などを作り、そして生物が生まれている。

ここではその生命の誕生の問題に触れる事は出来ない。これはもう少し量子生物の進展を待つ必要があると考えている。はっきりとわかっている事として高分子の生成の問題があるだろう。この高分子が次々と生成されるのは単純にエネルギー的な問題であろうと思われる。それで疑問になる点が見当たらないし現在のところ、それ以外の指標を考える必要はない。しかしながら、そこからさらに進んで同じ高分子を複写するという作業になると、エネルギーの指標だけでは説明できないと考えられる。

- 分子中の原子のエネルギー準位

分子は原子で形成されているので、例えば分子が光と相互作用する場合、それは分子中の原子に束縛されている電子と相互作用する事になっている。この場合、量子力学の立場からしたら、この電子の波動関数は孤立している場合の同じ原子中の電子と比べて、どのくらい変更を受けているかと言う事が重要な問題となっている。まずはこの辺をしっかりと研究して行けば、いずれ分子と光の相互作用が量子論の言葉で理解できるものと思っている。

第3章 電磁波と波

電磁波と波について簡単な解説をしておこう。但し、電磁波の物理を理論的にきちんと理解する事は物理学の専門家でもそれ程、容易な事ではない。従ってここでは正しい知識を得る事が重要となっている。

3.1 電磁波の波長

光は日常生活で最も身近な存在であり、同時に非常に重要な役割を果たしている。この光には電波、赤外線、背景輻射、 γ 線などと様々な名前がついているが、それらは波長の違いがあるだけですべて同じ光、すなわち電磁波である。その簡単なまとめを下記に書いておこう。

電磁波の波長とその特徴

電磁波	波長 [λ]	エネルギー	周波数	特徴
MF	$\sim 0.4 \times 10^5 \text{ cm}$	$\sim 0.4 \times 10^{-8} \text{ eV}$	$\sim 1 \text{ MHz}$	電波
VHF	$\sim 0.4 \times 10^3 \text{ cm}$	$\sim 0.4 \times 10^{-6} \text{ eV}$		電波
UHF	$\sim 40 \text{ cm}$	$\sim 0.4 \times 10^{-5} \text{ eV}$	$\sim 1 \text{ GHz}$	電波
マイクロ波	15 ~ 45 cm	$\sim 10^{-5} \text{ eV}$	0.9 ~ 2.5 GHz	電波
背景輻射	0.8 cm	$2.5 \times 10^{-4} \text{ eV}$	50 GHz	電波
赤外線	$\geq 10^{-3} \text{ cm}$	$\leq 0.1 \text{ eV}$	$\leq 2 \times 10^{13} \text{ Hz}$	光
赤	$0.8 \times 10^{-4} \text{ cm}$	1.6 eV	$4 \times 10^{14} \text{ Hz}$	可視光
紫	$0.4 \times 10^{-4} \text{ cm}$	3.3 eV	$8 \times 10^{14} \text{ Hz}$	可視光
紫外線	$\leq 10^{-5} \text{ cm}$	$\geq 10 \text{ eV}$	$\geq 2 \times 10^{15} \text{ Hz}$	光
X線	$\sim 1 \text{ \AA}$	$\sim 10 \text{ keV}$		放射線
線	$\leq 10^3 \text{ fm}$	$\geq 1 \text{ MeV}$		放射線

3.1.1 電磁波の波長とその特徴

上記の表における数字は大雑把な目安として書いてあり、必ずしも正確なものとは言えない。マイクロ波は電子レンジで使用されている波長領域を書いている。放射線の中には α 線, β 線, γ 線が良く知られている。このうち, α 線は He 粒子のビームであり, また β 線は電子ビームである。すなわち, γ 線以外は粒子線である。それ以外にも重粒子線や中性子線が知られている。

3.2 光の理論

光を理論的に理解する事は電磁気学の範囲を少し超えているためかなり難しいものと考えて間違いない。大方の電磁気学の教科書では, Maxwell 方程式から電磁波が導出されるという書き方をしているが, これは間違いである。物質がない Maxwell 方程式をベクトルポテンシャルで書くと $\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2\right) \mathbf{A} = 0$ と求まり, これはフォトンが満たすべき方程式ではある。しかしこの式は電磁波の存在を示唆してはいても電磁波の生成・消滅とは無関係である。電磁波の生成・消滅は場の量子化を行わない限り理解できなく, また電磁波は生まれたり消えたりする事で初めて物理的に意味のある存在となる [3, 4, 5]。

3.2.1 フォトン (光子)

フォトン (photon) は電磁場 (ベクトルポテンシャル場) を量子化する事により, その結果として場が粒子 (フォトン) になったものと考えてよい。場の量子化を実行する時は, まずベクトルポテンシャル \mathbf{A} を自由粒子の状態で

$$\mathbf{A}(x) = \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\lambda=1}^2 \frac{1}{\sqrt{2V\omega_{\mathbf{k}}}} \boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k},\lambda} \left[c_{\mathbf{k},\lambda}^\dagger e^{-i\omega_{\mathbf{k}}t + i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + c_{\mathbf{k},\lambda} e^{i\omega_{\mathbf{k}}t - i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \right] \quad (3.1)$$

と展開する。ここで $\boldsymbol{\epsilon}_{\mathbf{k},\lambda}$ が偏極ベクトルである。フォトンの状態を理解するためには場を量子化する必要がある。

3.2.2 場の量子化

場の量子化とは係数 $c_{k,\lambda}^\dagger, c_{k,\lambda}$ を演算子と見なす事である． $c_{k,\lambda}^\dagger, c_{k,\lambda}$ が生成・消滅演算子と呼ばれていて、これらは交換関係式

$[c_{k,\lambda}, c_{k',\lambda'}^\dagger] = \delta_{k,k'}\delta_{\lambda,\lambda'}$ などを満たしている．この式 (3.1) の右辺の第1項がフォトンを生成させ、第2項が消滅させる項に対応している．光はもはや電場・磁場とは全く関係なく、フォトン粒子を考え、その振る舞いを波として扱えばよい．

3.2.3 フォトンのエネルギー、運動量とその波長

フォトンのエネルギー E_k とその角振動数 ω_k は $E_k = \hbar\omega_k$ と結びついている．また運動量 p と波数 k の関係は $p = \hbar k$ となっている．さらに波数と波長 λ の関係を見ると $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ (但し $k = |\mathbf{k}|$) となっている．フォトン波長により特徴づけられていてその波長が長ければ電波と呼び、可視光 ($\lambda \sim 5000 \text{ \AA}$) を中心にして更に短い波長だと X 線や γ 線と呼ばれている．

3.3 光と波

波の問題をきちんと解説することは専門家に対して説明する場合でも非常に難しく、ましてや物理学の素人に解説することは実際問題としては不可能に近い。従って、ここでは音波や地震波を光と対比させながら、その基本的な性質を簡単に説明しよう。

光と音波には本質的な相違がある。光子は粒子であり、その状態関数の座標依存性は $e^{i\omega t - i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$ という複素関数で記述されている。一方、音波の状態関数は $\sin(\omega t - \mathbf{k}\cdot\mathbf{r})$ などの実関数で表されているが、これは音波が媒質の振動によって伝搬しているからである。ちなみに光の状態関数の絶対値 $|e^{i\omega t - i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}| = 1$ はその粒子の存在確率がゼロにならないことを保証しているが、媒質の振動ではその振幅がゼロになっても不思議な事ではない。

3.3.1 光の状態関数

前述したように、光の状態関数 $\Psi_{k\lambda}$ は $\Psi_{k\lambda} = \frac{\epsilon_{k,\lambda}}{\sqrt{2\omega_k V}} e^{i\omega t - i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$ と表されているが k, ω は光の波数ベクトルと角振動数である。光は自由粒子であり、この点で扱いは単純明快である。さらに光が波の性質(干渉や回折)を持っていることは式から明らかであろう。

3.3.2 光のドップラー効果

相対性理論の場合、一つの慣性系が光の速度に近い場合、日常我々が持っている常識と矛盾する場合が出てくる。例えば、その慣性系から光を放つと光の速度はやはり光速 c である。ただし、そのエネルギーが変わるため、近づいてくる慣性系から放たれた光はその波長が小さくなり、逆の場合は大きくなるのである。それは、光のドップラー効果としてよく知られている事である。基本的には、音のドップラー効果と同じであるが、音の場合よりもよりシンプルでわかり易い。音波の場合は地球上にある大気という系がすでに指定されているため、音源と音の受け側以外に、もう一つ地上という系があり、これが音のドップラー効果を複雑にしている。それに対して、光の場合は光が粒子として伝播して来るために、常に光源と光の受け側の2つしか系が存在していないので、単純に Lorentz 変換式でドップラー効果が理解できるのである。

3.3.3 赤方偏移

ここでは星が地球から遠ざかって行き、その星から発せられた光の波長が変化する事を示して行こう。この場合、相対性理論の式を使う事になる。

- Lorentz 変換

Lorentz 変換の式は粒子の持つエネルギー E と運動量 p に対しても成り立つものである。すなわち

$$p_x' = \gamma \left(p_x - \frac{vE}{c^2} \right), \quad E' = \gamma (E - vp_x), \quad p_y' = p_y, \quad p_z' = p_z \quad (3.2)$$

となっている。星が波長 λ の光を発するとその運動量は $p = \frac{hc}{\lambda}$ となる。従って、星が速度 v で遠ざかっているとすれば、地球上で観測する光の運動量は

$$p' = \gamma \left(p - \frac{vE}{c^2} \right) = \gamma \left(p - \frac{vp}{c} \right) = \frac{p \left(1 - \frac{v}{c} \right)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = p \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}} \quad (3.3)$$

となり、光の運動量は減少して見えるのである。これを波長で表せば

$$\lambda' = \lambda \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}} \quad (3.4)$$

となるので、光の波長は大きくなり、これを赤方偏移という。波長が大きくなる事を「Red Shift」というのは、ただ単に可視光においての光の性質から来ている。可視光においては、赤っぽいのは波長が長く青っぽいのが波長が短い。ため、波長が長くなることを赤方偏移と呼ぶがその物理的な意味は全くない。

3.4 音波

音波は日常的に接しているため誰でもよく知っている物理量である．ところが，これを物理学として解説することは容易なことではない．音は媒質（空気や水）を伝搬するがこれはそれぞれの媒質密度の振動として伝搬しているため密度波とも呼ばれている．

この場合，大気中の各点の振動とその伝搬を記述する必要がある，これは多体問題となっていて厳密に解くことは事実上不可能である．通常，音は大気中に広がって伝搬しているので，その伝わり方は3次元的であり，その難しさが想像できるであろう．ここで音波に対して最も単純化された方程式を書いておこう．その導出法もそれ程難しくはないが，ここでは結果だけを書くことにしよう．音波（媒質）の変位 $u(\mathbf{r}, t)$ に対して

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - v^2 \nabla^2 \right) u(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (3.5)$$

の方程式が成り立っている．ここで $v = \sqrt{\frac{P}{\rho}}$ であり， ρ は大気の密度， P は圧力を表している．但し，それらは場所に依らず一定と仮定している．

3.4.1 超音波

一方，非常に高い振動数を持った音波の事を超音波と言う．これを人工的に発生させるとこの波の広がりは少なくなり，ビームに近くなっている．このため超音波の性質は少し単純になり，物理的には取扱い易くなっている．魚群探知機はその機構をうまく利用して魚群の反射波を測定することにより，魚群を探知する装置である。

3.4.2 音のドップラー効果

光や音に関して最もよく知られている現象はドップラー効果であろう。これは興味深いことであるが、前節で解説したように光のドップラー効果は単純でわかりやすいものである。ところが音波の場合、かなり難しくなっている。それは音波が伝搬する大気と音源の運動それと観測者の運動との3体問題になっているからである。

- 観測者が速度 v_{ob} で音源に近づくドップラー効果

観測者が速度 v_{ob} で音源に近づく時は相対性理論と同じである。これは音源と媒質が同じ系となっているためであり、観測者が感じる音の速度は観測者と音源との相対性理論(ガリレー変換)によって決まるものである。すなわち、観測者が音源に近づいて行く場合、速度は足し算になっている。従ってこの場合、ドップラー効果による振動数 n' は

$$n' = \frac{v + v_{ob}}{v} n \quad (3.6)$$

となっている。

- 音源が v_{ss} で近づくドップラー効果

一方、音源が v_{ss} で近づく場合、観測者と媒質が同じ系になっているため、観測者にはその波長が短くなって観測される。従って観測される波長 λ' は

$$\lambda' = \frac{v - v_{ss}}{v} \lambda \quad (3.7)$$

となっている。

3.4.3 地震波

大気中と水中を伝搬する波は音波と呼ばれているが、地中を伝搬する波は地震波である。地殻は明らかに固体であるが、ここでも密度波は存在している。波の方程式としては音波と同じであるが、密度と圧力はかなり異なっている。地震波はその変動が急激に起こった場合に生じており、これは音波と同じである。地震波の伝搬速度は $v = \sqrt{\frac{P}{\rho}}$ であり、音波の20倍程度の速さが観測されている。しかし実際の地震波はさらに複雑であると考えられる。

第4章 光の性質とその応用

光の性質はその波長と偏極ベクトルによって決定されている。しかし偏極ベクトルに関しては任意性が多く、それをきちんと理解する事はかなり難しいと言える。従って、ここでは偏極に関する正しい知識を読者が持つ事が出来るように説明する事にしよう。この偏極ベクトルをきちんと理解するためには場の理論をかなり深く理解する事が必要であり、これは専門家にのみ要求されるものであると言えよう。

またこの章では光に関する様々な自然現象について解説しよう。特に「空が何故青いか？」の問題や黒体輻射、太陽光発電そして電子レンジのメカニズムについて、物理的な描像について簡単に説明して行こう。

4.1 偏極

ベクトルポテンシャルの場を自由粒子の状態で展開した式には偏極ベクトル $\epsilon_{k,\lambda}$ があらわれている。光の特徴はその波数ベクトル k と偏極ベクトル $\epsilon_{k,\lambda}$ により決められている。

4.1.1 偏極ベクトル

この偏極ベクトル $\epsilon_{k,\lambda}$ は波数ベクトル k の依存性に加えて偏極の自由度を記述する量子数に対応する λ にも依っている。この $\epsilon_{k,\lambda}$ は基本的にはフォトンのスピンの事であると思って良い。しかしスピンの持っている重要な性質が欠けている。すなわち角運動量の性質 (Lie 代数) を満たしていない。さらにフォトンのスピンの大きさは 1 であるが、フォトンの状態は 2 個しかなく、通常のスピン 1 の状態の 3 個とは異なっている。

4.1.2 偏光状態

それでは偏光(状態)とはどういう現象なのであろうか? 偏光とはフォトンの2個の状態のうち, 1個だけが実現された光の集合体の事である. そしてこの2個の状態を指定するのが偏極ベクトルに現われる λ であり, 状態を指定するこの量子数は磁気量子数と同じで必ず保存する量となっている.

4.1.3 光の性質: まとめ

ここで最も重要な事として, 光は波長と偏光状態によってその性質が決定されていると言う事である. そして一般的な光, 例えば白色光は様々な波長が混じった状態であり, さらに偏光状態のフォトンが等分に混ざっている多数のフォトンの集合体である. 以下に簡単なまとめを書いておこう.

- 太陽光: 太陽からくる光は様々な波長と2個の偏光状態が等分に混ざったものである. 太陽光の偏光に関しては日常の世界にあらわれる事はあまりないが, 沢山の波長が混じっている事は虹を見れば明らかである.
- レーザー光: レーザー光はその光がすべて同じ波長を持っている. その偏光に関しては, そのレーザー光によっては偏光している場合もあると考えられている.
- 偏光: 波長は混じっていても光の偏極状態は1個だけにした状態の光を偏光と呼ぶ. 昔から偏光版を通して偏光した光を取り出す事はよく行われていた.

4.2 空の青さと光の散乱

フォトンと荷電粒子との相互作用で生成または吸収される事その本質である。しかしフォトンと荷電粒子の弾性散乱もよく起こる散乱過程であり、量子場の理論による Compton 散乱の計算は最もよく知られている。これはフォトンが電子に吸収され、直ちにその電子がフォトンを出して、結果としてフォトン-電子の弾性散乱過程に対応していると言うものである。

4.2.1 空はなぜ青いか？

空の青さは光と大気分子との散乱が Rayleigh 散乱 (断面積: $\sigma_R \approx \sigma_{Thom} \left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^4$, λ_0 は定数) である事から理解されると考えられてきた。ところが量子論的な計算結果によると、この散乱断面積は Compton 散乱の断面積よりも 10 桁以上、小さい事が分かっている。すなわち Rayleigh 散乱は実際には起こっていないと言う事であり、付録 C で詳しく解説している。このため『空が何故、青いか?』の説明は振り出しに戻っている。いずれ共鳴散乱で解決されるものと思われるが、しかし理論模型はまだ作られてはいない。

● Thomson 散乱と Compton 散乱：

フォトンと電子の散乱過程において電子が自由粒子の場合、吸収は起こらない。これはエネルギー・運動量の保存則から禁止されているからである。その代わりに、フォトン-電子の弾性散乱が起こっている。このうち一般的な散乱過程としては Compton 散乱が知られていて、場の理論の教科書における初等の定番問題である。Compton 散乱断面積 $\{\sigma_{Com}\}$ の非相対論極限を取ると Thomson 散乱の断面積 $\{\sigma_{Thom}\}$ が求まるが、これは古典電磁場の理論で計算されたものである。

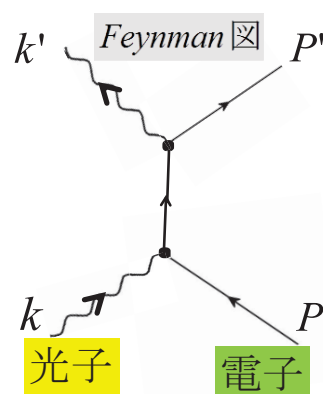


図 4.1: Compton 散乱

4.3 黒体輻射

光が生成されるメカニズムは場の量子化というかなり難しい概念を導入しないと理解できないものであった。しかし光自体は我々生物にとって最も身近な存在である。最も重要なものが太陽光であることは明らかであろう。現在の太陽ではその内部において核融合反応が起こっていて、これが太陽の熱エネルギーの直接の源になっている。我々が見ている太陽光は太陽の表面における熱輻射に依っている。

4.3.1 Planck の公式

ここで Planck の公式を書いておこう。特に覚える必要はないが、量子論の先駆けとなった重要な公式である。この式の導出で最も重要な仮定が「振動数 ν のフォトンのエネルギー E は $h\nu$ であり連続的ではない」と言うものであった。この場合、温度が T の場合の黒体輻射の「強度」 I は

$$I(\nu) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (4.1)$$

となっている。 k は Boltzmann 定数である。輻射の「強度」とは基本的に言って「その振動数のフォトンの数」だと思って十分である。

4.3.2 Stefan-Boltzmann 則

有限温度の物質は輻射によりエネルギーを失っている。例えば地球は太陽からの輻射エネルギーを吸収し続けているが、地球の表面温度が一定値であるのは Stefan-Boltzmann 則 $[U = \sigma T^4]$ によるエネルギー放射と太陽からの輻射エネルギーが平衡状態になっているからである。この Stefan-Boltzmann 則は式 (4.1) を ν で積分すれば

$$U = \sigma T^4, \quad \text{但し,} \quad \sigma = \frac{8\pi k^4}{c^3 h^3} \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} \quad (4.2)$$

と求まる。

4.4 太陽光発電

発電形態としてよく使われているのは電磁誘導を利用したものである．これは回転エネルギーを電流に変える方法が基本である．一方，光電効果を利用して光のエネルギーを電流に変える手法を用いているのが太陽光発電である

4.4.1 光電効果

光電効果は光が電子との相互作用によって電子が弾き飛ばされ、エネルギーを獲得する物理過程である．この場合、

格子 (電荷 Z) に束縛されている電子が光子を吸収して自由電子になる．この時光子の運動量を k ，束縛電子のフェルミ運動量を p_F その衝突後の運動量を p とすると

$$k + p_F = p, \quad k + E_B = \frac{p^2}{2m_e}$$

が運動量とエネルギーの保存を示したものである．但し E_B は束縛電子の束縛エネルギーである．光子の吸収確率は光子 - 束縛電子の散乱断面積 $\sigma_K \simeq \sigma_{Thom} \alpha^4 Z^5 2^{1.5} \left(\frac{m_e}{k}\right)^{3.5}$ により決まる．

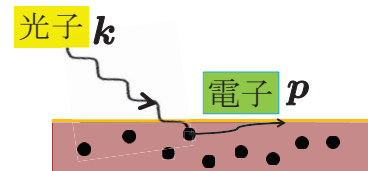


図 4.2: 光電効果

4.4.2 光の発電機構

光電効果により光を吸収した電子を電流として取り出し，それを太陽電池としてエネルギー変換したのが太陽光発電である．この場合，半導体を利用する事により電子のエネルギーをうまく電流に変換している．しかし，光と物質の散乱で熱エネルギーに転換する部分をどの程度抑えられるかが高い変換効率を得るポイントであろう．

4.5 電子レンジ (Microwave oven)

電磁波は光子であり、その質量はゼロであるがその性質は波長によって特徴づけられている事は前述した通りである。そしてそのエネルギーは波長の逆数に比例している。従って電磁波はエネルギーそのものである。この電磁波を利用して物質にエネルギーを与えて熱を起させる様々な方法がある。そのうち、マイクロウェーブを用いた「電子レンジ」は日常的に最もよく知られている電気機器である。この電磁波の波長として 2.45 GHz が日本では使われている。ところが水分子1個の共鳴状態は 2.45 GHz からは程遠くそれよりも3桁も高い周波数領域にある。しかし電磁波の吸収は必ず電子により起こるのでその吸収メカニズムを考える必要がある。

4.5.1 熱による水分子のゆらぎ

水によるマイクロ波吸収の機構は水分子の共鳴状態による吸収と考えようとするとさらに深刻な問題がある。水は 0 K 以上であるので、この熱は 0.03 eV 程度の分子運動のエネルギーに対応している。従って、このエネルギーは水分子による吸収エネルギー ($\Delta E \sim 10^{-5}$ eV) よりも遥かに大きいのである。従って、2.45 GHz に対応する状態は大きな分子運動の熱ゆらぎ (Thermal fluctuation) の中にある。しかし電磁波には電子に吸収される以外の相互作用が存在していないので、電子の速度 v_e と分子運動の速さ V_{H_2O} を比較して見て行くしか方法はない。今の場合、電子の速度は $v_e \simeq 6.3 \times 10^{-6}c$ であり、一方、水分子の熱運動の速度は $V_{H_2O} \simeq 1.9 \times 10^{-6}c$ である。よってギリギリで電子の方が速く運動している事がわかる。しかしながら、電磁波と電子の反応で形成された量子状態に対して、ゆらぎがかなり大きな影響を与える事は確かであろう。

4.5.2 水分子の量子状態

マイクロ波を吸収する量子状態は励起エネルギーが $\Delta E \simeq 1.01 \times 10^{-5}$ eV である事から集団運動状態の可能性が高い。

それは吸収直後の電子の波長が

$\lambda \simeq 3900 \text{ \AA}$ である事にも依っている。明らかにこれは水の状態になった時に特別に生じる量子状態である。しかし水によるフォトンの吸収過程は共鳴散乱ではない事は確かであろう。恐らくは水においては集団運動状態の準自由電子が存在していて、光電効果と同じメカニズムでこの電子によるフォトンの吸収が起こっているものであろう。マイクロ波を吸収した後の電子は他の水分子との衝突を繰り返して、結果的にマイクロ波のエネルギーが熱エネルギーに変換されるものと考えられる。

これは「水光電効果」(Hydro-photoelectric effect) とでも呼ぶべき物理過程であると考えられる。宇宙に大量に存在している背景輻射はマイクロ波であり、「水光電効果」はこの電磁波が水に吸収されて熱エネルギーに変換されている事を示している。この現象が自然現象にどのような影響を与えているかを明らかにする事は今後の研究テーマの一つになるものと思われる。

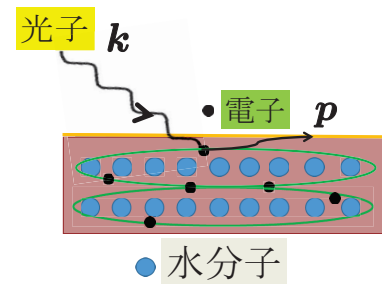


図 4.3: 水光電効果

第5章 地球温暖化

地球は太陽光により温められていて基本的なエネルギーはそこから来ている。それに加えて地球内部には U-238 が相当量、残っていて、この崩壊エネルギーもかなり重要なエネルギー源になっている。地熱や火山の爆発のエネルギーなどは典型的な U-238 の崩壊エネルギーから来ている。一方、化石燃料の由来は太陽のエネルギーではあるが、しかしこれは何千万年か前の太陽エネルギーを現在になって利用していると言う点では、太陽のエネルギーに加える事はできない。また原子力エネルギーも太陽のエネルギーとは無関係である。

5.1 はじめに

地球の温暖化として議論している地球の温度とは基本的にはその表面の気温の事を意味している。そして地球温暖化とはその表面の平均温度のわずかな上昇の事である。地球は宇宙空間にあり、ほとんど真空中に存在しているため、物理上の言葉で言えば地球は『完全な孤立系』となっている。

5.1.1 地球の冷却は熱伝導ではなく放射冷却

地球の冷却は地球の外側が真空であることから、熱伝導による冷却はできない。地球の冷却はすべて地球表面からの黒体輻射によっている。この場合、地球表面の温度が約 300 K であることから、このエネルギーは約 0.025 eV に対応している。従って、放出される電磁波は赤外線領域である。この赤外線が地球外にエネルギーを放出していて、これにより地球表面の温度が一定に保たれている。この赤外線を遮蔽する効果が地球の温暖化に寄与する事になる。この場合、赤外線を吸収する最も重要な物質は水蒸気(雲)であり、雲がないと放射冷却で温度が少し下がる事は良く知られている事実である。

5.1.2 CO₂ は赤外線を遮蔽しない

以下に解説する事であるが、その他の物質、特に CO₂ が赤外線の遮蔽に大きく寄与すると言う事はない。これは詳細な計算による結果であり、地球温暖化は CO₂ とは無関係である。

5.1.3 地球表面温度は1900年頃から上昇

地球の表面温度が測定されているのは1900年頃からであり、確かに表面温度はほぼ線形に上昇している。この原因が何なのか、現在のところ特定できてはいない。太陽の脈動運動の結果なのか、海底火山の爆発に依っているのか、まだ不明である。しかしはっきり言える事は、この温暖化は CO₂ などよりも遙かに深刻であり、人間がこれに対処できるかどうか良くわからない。

5.1.4 地球温暖化の主な原因

データを見る限り、この100年間ほどの地球の表面温度は着実に上昇していると思われる。それではこの平均気温上昇の主な原因は一体、何であろうか？これは物理学の立場からしたら非常に難しい問題である。それは地球の表面温度の主なエネルギー源が太陽光にあるからである。しかし太陽光の場合、太陽内部の核融合のエネルギーが太陽表面に輸送されるまでにかかなりの時間が掛かる事が知られている。従って、この100年間の太陽光の変化と言っても、現在の太陽の表面の状態とどれだけ関係しているのかを物理学の言葉で理解する事はほとんど不可能である。

5.2 地球の冷却

ここでは地球全体の冷却について議論しよう。地球の外側が真空であることから、その冷却は熱伝導とは無関係である。それではどのように冷却しているのでしょうか？その答えは簡単で地上から放射線（電磁波）を放出する事によって地球の冷却が起きている。この電磁波放射の物理的なメカニズムは黒体輻射として良く知られているものであり、第4章で具体的な物理は簡単に解説されている。しかし式の導出は専門家以外には少し難しいかも知れないので、その結果を知っておくことがここでは大切である。

5.2.1 地球表面のエネルギー源

地球は太陽光によって温められていて、これが最も重要なエネルギー源である。太陽光が地球表面をどのように温める事が出来ているのかと言う問題は物理的にはそう簡単な事ではない。しかし海の水が重要な要素であることは間違いない事であろう。これに加えて、地球内部には U-238（その寿命は約45億年）が相当量、残っている。そしてこの崩壊エネルギーは火山の爆発などのエネルギー源となっていて地表を温める一つの要素でもある。

5.2.2 地球表面の温度

地表の温度は基本的には太陽光のエネルギーと U-238 崩壊エネルギーとの和が地表面からの黒体輻射による冷却エネルギーと釣り合っていて、これにより地球表面の温度が決定されている。放射冷却を遮る最も重要な要素は雲（大気中の水蒸気）である。電磁波は水蒸気に吸収されて熱エネルギーに変換されているので、雲は放射冷却を遮っている。

5.2.3 水による電磁波の吸収

電磁波が水により吸収されるメカニズムに関しては、第4章の『電子レンジ』のところで簡単に解説している。また、電子レンジの電磁波は水には吸収されるが氷には吸収されない。これは水の特殊性による。この場合の電磁波のエネルギーは地球の黒体輻射のエネルギーと比べると3桁近く低いものであるが、どちらの電磁波も水に吸収されることは確かな事である。

5.3 地球温暖化

地球の温暖化を議論する場合、放射冷却の電磁波がどのように遮蔽されるかと言う事が問題のすべてである。この場合、黒体輻射の電磁波は赤外線なので、この赤外線が大気によってどのように遮蔽される場合があるかと言う事を明らかにする必要がある。この事が地球温暖化問題の研究課題である。当然の事であるが、水蒸気による遮蔽はこの地球温暖化問題とは直接の関係はない。

5.3.1 これまでのCO₂温暖化理論

これまで良く議論されている温暖化理論とはCO₂を含む『温暖化ガス』によって地球の温度が上昇すると言うものである。これはアメリカの学者達が Green House Effects と言い出してから一般化されて今やそれが定説とさえなっているようである。この理論の根拠となっているのが1890年代の学者達の主張である。特に19世紀後半(1890年代)に Arrhenius が書いた著書が主な原典と言われている。確かに19世紀後半に何人かが温室ガス効果を議論しているが、しかしながらこの時代、まだ量子力学は発見されてはいないのである。さらに人々は光は波動であると考えていた時代であり、従って、光の共鳴吸収を正しく扱う事は勿論、不可能な事である。ところが、このアメリカの学者達は温室ガス効果の推論を受け入れてしまい、このためCO₂による地球温暖化の話が定説となって現在に至っているのである。

5.3.2 赤外線の共鳴吸収

放射冷却を抑える機構として、電磁波がCO₂などとの共鳴散乱によりそのエネルギーが吸収されるという物理過程が考えられている。例えばCO₂がフォトン(この場合は赤外線)を吸収して、さらにそのエネルギーを再び地上に返すという機構がある。実際、CO₂による赤外線の共鳴吸収が存在している事は観測事実であるが、しかしながら問題はその量である。この計算は黒体輻射として放出されているフォトン(今の場合は赤外線)のエネルギーをCO₂による赤外線共鳴散乱によってすべて温暖化に寄与したとして計算する事が出来る。これは明らかに過大評価となっているが、しかしながら現実にはこのエネルギーをすべて足しても現在知られている温暖化に必要なエネルギーの1%以下であることが分かっている。この計算の場合、赤外線とCO₂の共鳴散乱の実験値を使うので模型計算の信頼性は非常に高く、任意性はほとんどない。

5.3.3 赤外線と大気中 CO₂ の散乱確率

フォトン (赤外線) が大気中の CO₂ とどのくらいの確率で散乱するかと言う事が理論物理の立場からしたら重要な問題となっている。これまで解説した赤外線の共鳴吸収によるエネルギー量の計算においては、赤外線と大気中の CO₂ との散乱確率が1であるとしている。現実には赤外線が大気中の CO₂ と散乱する確率を計算して、それを赤外線共鳴吸収反応によるエネルギー量に掛ける必要がある。しかしながら、この計算はかなり専門的な技術を必要としているので詳しい計算内容は付録 A で解説しよう。ここではその結果の散乱確率の値だけを書いて置こう。

赤外線と大気 CO₂ の散乱確率 P_{CO_2} は付録 A で解説しているように、その計算結果は

$$P_{CO_2} \simeq 1.3 \times 10^{-6} \quad (5.1)$$

と求まっている。これは赤外線が大気中の CO₂ とはほとんど散乱しない事を示している。この計算は相当、過大評価気味に計算されているので、散乱確率がこれより大きくなる可能性は極めて低いものである。この事は『晴れた夜は放射冷却で気温が下がる』と言う観測事実とよく一致している。

5.4 地球温暖化の真の原因

それでは地球温暖化の本当の原因は何であろうか？これは非常に難しい問題であり、きちんと答える事は到底、不可能である。実際、最初に述べたように地球の表面温度は太陽光のエネルギーと U-238 崩壊エネルギーとの和が地表面からの黒体輻射による冷却エネルギーとのバランスによって決められている。従って、その事象に対する変更となると、それが何であれ、非常に難しいものとなっている。しかしながら、ここでは現代物理学の範囲内でいくつかの推論について出来る限りの解説を試みよう。

5.4.1 化石燃料

化石燃料を使えば、それが地球温暖化につながる事は間違いない。これは太陽光のエネルギーがその源ではあるが、しかし現在の太陽光エネルギーとは無関係である。このため、地球の温暖化には確かに寄与している。問題となるのは、そのエネルギーの総量である。これを具体的に比較するために、地球内部を暖めている U-238 の崩壊エネルギーと比べる事が一つの方法と考えられる。しかし、現在使用されている化石燃料のエネルギーはこの U-238 の崩壊エネルギーと比べるとまだ十分小さいものと言う計算結果が得られている。従って、これが地球温暖化に対して主要な寄与となっているとは、現在のところ考え難いものである。

5.4.2 原子力エネルギー

原子力エネルギーも化石燃料と同様に温暖化に寄与している。これは地球内部に埋蔵されている U-235 の核分裂エネルギーを利用するものであり、明らかに太陽エネルギーとは無関係である。またこれは U-238 の崩壊エネルギーとも全く関係ない。その意味では、この原子力エネルギーを利用すれば、地球の温暖化に影響を及ぼすことは事実である。しかし原子力発電によるエネルギーは現在のところ、火力発電と比べてその3割程度であり、従ってこれが温暖化に大きく寄与しているとは考え難いものである。

5.4.3 海底火山の爆発

火山の爆発エネルギー自体も温暖化に寄与している。しかしこれが現在の温暖化に直接関係するかどうかは良くわからない。しかしながら海底火山の爆発の場合、これによりほんの少しにせよ海水温を上昇させると、これに応じて水蒸気が増えてしまうため、これは確実に地球温暖化に寄与する事になっている。実際、北極海の氷が予想以上に溶けてしまうのは海底火山の影響と関係あるものと推察されている。この海底火山は、そのエネルギーが U-238 の崩壊エネルギーであり、太陽のエネルギーではない事から、温暖化に関係している。但し、このエネルギーは地球の歴史において常に存在していた事でもあり、近年の地球温暖化に直接関係しているかどうかは良くわからない。

5.4.4 太陽の脈動運動

地球温暖化の原因として、太陽の脈動運動との関係も考えられる。太陽も含めて、普通の恒星は多かれ少なかれ必ず脈動している。例えば我々の太陽はその内部で水素を燃やして He を作る核融合反応を行っている。この場合、He-コアの外側部分の水素が燃えるとそこは当然、輻射圧が少し高くなる。そしてこの高い輻射圧により、そのコアの外側部分の物質密度が少し減る事になる。そうするとその部分の圧力が下がり、それに伴い温度が低下する。この場合、その部分のコアにおける核融合反応が低下し、輻射圧が下がることになっている。そうするとそこに外側から物質が降下してコアと衝突を起し、そのため今度はそのコアの部分の温度が少し上昇することになる。このため、そのコアの部分の核融合反応が上昇し、それ故、輻射圧が上昇する。

この運動の繰り返しが基本的には脈動に関係している現象と考えられている。現在の太陽において、その脈動のスケールと周期は良くわからないが、様々なレベルのスケールと周期が混在しているものであろう。この運動は太陽内部のものであるため、この現象が太陽表面に現われるには相当な時間が掛かる事が分かっている。さらにその過程で様々な変更を受ける可能性が大きいものと考えられる。従って、この理論による推測を科学にすることはほとんど不可能な事と言えよう。

5.4.5 氷河期と間氷期

恐らくは、氷河期の繰り返しはこの太陽の脈動現象のうちの一つと直接関係しているものと推察できるものである。この場合、事実として数万年前の地球はまだ氷河期にあり、その後徐々に間氷期に至っていると考えられている。そして現在、気温の上昇は氷河期から抜け出て少しずつ気温上昇の状態にあると言う間氷期にある事は確かであろう。この上昇が、現在議論されている地球温暖化と関係しているのかどうかその辺は良くわからない。地球の歴史としては地球の温度が現在よりはさらに高い時代が存在していた証拠があると言われていたが、それらの研究も含めて地球温暖化を科学的に議論する事は非常に重要であると言えよう。

第6章 太陽系外惑星の宇宙生命体

この大宇宙は無限に広く、従って無限個の銀河系が存在する事はもはや疑い得ない事実である。この事は宇宙の構成要素である陽子と電子が安定粒子であり、その粒子(フェルミオン)の消滅が不可能である事と関係している。すなわち、宇宙は無限の過去から存在しており、永遠の未来まで存続すると言う事は科学的な事実であり、これが大宇宙が無限に大きい事の主な根拠となっている。

さらにこの宇宙全体に存在している『背景輻射』もこの宇宙が無限に大きく、無限に多くの銀河が存在していると仮定して始めて理解されている。また我々の宇宙(α 宇宙)の安定性を考えると、この大宇宙(無限宇宙)には無限個の α 宇宙が存在している事が重要な必要条件である。

従ってこの無限宇宙には惑星も無限個存在しているとして矛盾はない。この科学的な検証はできないが、しかし物理学の様々な実験的な結果および理論的な考察から、これは事実として認識せざるを得ない事象である。

ここでは他の宇宙の地球型惑星において、生命の構造はこの地球とどのように異なるのか、あるいは似ているのかについて推論して見よう。まだ量子生物学的な議論ができるわけではないので、ここでの議論はそのほとんどが物理学の立場からの考察となっている。

6.1 恒星

銀河系の中には様々な星が存在している。これは星の成り立ちを見ればある程度は納得できるものであろう。まずは恒星がどのように形成されるのかと言う問題から議論して行こう。恒星とは太陽かそれ以上の質量を持つ星で、その内部における核融合反応によってエネルギーを獲得して、それを光のエネルギーとして外部に放出している星の事である。

6.1.1 星の形成

ここではこの恒星の形成過程において原始太陽系が形成され、そしてこの太陽系が他の原始太陽系と衝突して2個の恒星が誕生し、また複数の惑星が形成されると言う恒星と惑星の生成過程を議論しよう。これは恒星と惑星形成の一つのモデルであり、一般的な理論モデルであると言えるかどうかはわからない。

- 分子雲

星の形成を扱う場合、太陽系の数倍かそれ以上の粒子群が集まった場合を出発点とするモデルを考える事になる。この粒子の集合体(分子雲)は基本的には水素原子が主な要素ではあるが、しかし宇宙の元素構成比(Nuclear Abundance)に従って重い元素も存在しているものと仮定している。これは星の形成がすでに何回も何回も繰り返して行われてきた事を示唆しているものである。

- 2個の分子雲の衝突

そしてこの粒子群(分子雲)はいずれ重力により中心核が形成されて、それが星になって行くと考えられている。ここでは、一定以上の近辺に2個の分子雲が生成されるものとしよう。そしてこれら2個の分子雲は複雑な運動を繰り返しながら、いずれ何らかの形で衝突するものとしよう。この衝突の結果、2個の原子太陽系が生成され、これらは連星系を形成する事になる。そしてこの過程で多くの惑星群も一緒に形成されて行くものと考えられる。このため、これらの惑星群はほぼ同じ平面上に周回しているものとなっている。

6.2 惑星

惑星とは太陽の周りを周回していて、しかしそれ自体は核融合はしていないため、光を自分で発する事は出来ない星達の事である。近年、太陽系外でも多くの惑星が発見されているが、その場合、地球の環境と似ている惑星が存在しているかどうかはまだ、特定できてはいない。

6.2.1 惑星の形成

惑星の形成について推論して見よう。前述したように、その出発点は2個の分子雲の衝突によるものであろう。この場合、恒星となる中心核(原始太陽系)が2個生成され、その結果として沢山の惑星が同時に形成されると考えて良いであろう。これは惑星がほぼ同じ平面上を周回している事から推論できるものである。このうちで地球程度かそれよりも大きな惑星が形成される場合を考えて行こう。さらに原始太陽から十分な光を受けるような地球型惑星が形成される事も仮定しよう。これは生命の誕生を考える場合の必須条件である。生命は水が必ず必要である。そして水ができるためには一定以上の重力が必要である。当然の事であるが、水は大気がない状態では存在できないものである。

6.2.2 宇宙における地球型惑星

この我々の宇宙は約150億光年ほどの大きさを持っているとされていて、そこには約1000億個程度の銀河系が存在していると考えられている。そしてこの我々の宇宙の事を α 宇宙と呼ぶ事にしている。大宇宙とは、この α 宇宙が無数個集まっているものであり、これを無限宇宙と呼んでいる。この無限宇宙に関しては参考文献 [5] で詳細に解説されている。

この α 宇宙において、地球型惑星がどのくらい存在しているのかと言う事は当然、科学的に非常に興味がある問題である。しかしながら、無限宇宙には無限に多くの α 宇宙が存在すると言う事実を考えると、銀河系も無限個ある事になっている。従って、地球型惑星もやはり無限個ある事は疑い得ないものである。しかしながら、有限の存在である人間は『無限』を認識する事はできない。その意味で、地球型惑星が無数個存在しているであろうと言っても、その具体的な意味合いが理解できていないわけではない。

以下にこの問題を簡単に議論してみよう。今、地球型惑星の数を $N_{E\text{-planet}}$ としよう。そしてこの α 宇宙における星の数を N_{star} としよう。この場合、恐らくはこの $N_{E\text{-planet}}$ は大雑把に言って

$$N_{E\text{-planet}} \simeq \ln N_{\text{star}} \quad (6.1)$$

のような形が推測されるものであろう。但しこの推論に科学的な根拠があるわけではないが、地球型の惑星は非常に稀な条件をクリアする必要がある。この場合、Exponential に多い恒星の中で偶然に見つかるという可能性を考えると式(6.1)となると考えられるものである。

- α 宇宙における地球型惑星の数

しかしながら、 $\ln N$ の依存性は具体的に見ると奇妙な振る舞いをするため、恐らく N が充分大きいところでのみ意味を持つものと考えている。ここでは適当で大雑把である事を承知で、我々の α 宇宙における地球型惑星の数を推測するならば、恐らくは

$$N_{E\text{-planet}} \simeq \ln 10^{22} \sim 50 \quad (6.2)$$

程度、存在しているものと考えられるが、この数字の信頼度は極めて低い。

- 無限宇宙における地球型惑星の数

現実問題としてはこの大宇宙は無限に大きく、 α 宇宙が無限個あると考えられている。従って、恒星の数も無限である。無限と言う概念は理解不能ではあるが、この宇宙が無限である限り、地球型惑星も無限個あると言う事になっている。すなわち、式 (6.1) より

$$N_{\text{star}} \rightarrow \infty \quad \text{より} \quad N_{E\text{-planet}} \rightarrow \infty \quad (6.3)$$

となっている。これは勿論、科学的な論証が出来ているわけではないが、しかし現在の宇宙論を考える限り、自然な結論でもある。そしてさらに人間は所詮、有限なものであるため、無限と言う概念はその思考を超えている。実際、この認識こそが非常に重要である。ここで使っている ∞ という量もこれは象徴的に書いているだけで、実際には意味がある量ではない。基本的には、この ∞ を我々は充分大きい有限量としてしか理解できてはいないものである。

6.3 惑星と宇宙生命体

惑星に生命が存在するための条件として、その大きさが地球かそれ以上の半径をもつ惑星であることが必要である事は良く知られている。この場合、その密度は地球程度であるとしている。これは一定以上の重力がないと水が存在できないからである。さらに水の存在とも関係しているが、大気が存在する事も重要な条件である。それでは地球と似たような他の惑星では宇宙生命体はどのように見えて、その成長はどのようにになっているのであろうか？

6.3.1 惑星の形状と U-238

その惑星では、やはり海や山が形成されるものと考えられる。それはその惑星にはU-238が相当数、混じっているはずであり、この崩壊エネルギーが造山運動を惹き起こすエネルギーとなっているからである。逆に言えば、このU-238は約45億年の寿命を持っているため、恒星を形成する分子雲はそれ自体がそれ程、古くはない事が生命体を持ちうる惑星形成での非常に重要な条件となっている。この場合、分子雲の形成がどのように行われるかと言う事が重要な問題となっているが、勿論、これは科学的に適切に答えられるかどうか難しい問題である。

- 分子雲の形成と超新星爆発

ここで分子雲の元になる物理的な事象について解説しよう。この分子雲形成は超新星爆発と関係していると考えられている。星の質量が太陽の数倍以上になっている場合、この星は超新星となり、星の一生は太陽のようなものとは著しく異なっている事が知られている。この超新星はその星の形成から1億年過ぎた頃に大爆発を起こすことが知られている。この大爆発のメカニズムを説明しようとするモデルは数多く提案されているが、決定的な理論モデルは現在まで知られてはいない。これは星の内部で光が一斉に生成され、また大量の物質が一瞬のうちに放出される物理的なメカニズムが簡単には作れないからである。星の『脈動運動』のところで解説したように、コアの表面で核融合が大量に起こると通常はその周りの物質を光が吹き飛ばしてしまうので、そのまま核融合が激しく持続する事は考え難いと言う事実に依っている。

現実の超新星においては割合、短時間で超新星爆発が起っている事は観測事実である。そしてその場合、その星から大量の粒子群が放出される。この吹き飛ばされた物質が中心になって分子雲が形成されるものと考えられている。

- 超新星爆発の頻度

それでは、この超新星爆発は銀河系内でどのくらいの頻度で起こる事なのだろうか？この理論的な解析は可能であるかどうかわからないが、現象論的にはある程度、推測できている。それはこの銀河系の中でおよそ100年に一度くらいの割合で超新星爆発が起こっている事はこれまでの人類の歴史から推測されているものである。すなわち、この超新星爆発は宇宙論的なスケールからしたら非常に頻繁に起こっていると言う事である。これは超新星の寿命が短い(1億年程度)事にも依っている。従って、分子雲形成も頻繁に起こる事象であり、U-238の量が異常に少ないと言う場合の方が例外的であるとして充分であると考えられる。

6.3.2 惑星と宇宙生命体の色

原子や分子のスペクトルはどの星でも同じである。従って色を認識するメカニズムはどの惑星における生物でも同じとなっているものと考えられる。従って、他の地球型惑星における宇宙生命体はこの地球と同じような色合いになっているのであろう。また、山や海の色も地球と似たような色になっているのであろう。

大気的主要成分は窒素であろうと考えられる。この窒素分子が比較的生成されやすい分子である事が主な原因である。酸素分子や炭酸ガスがどの程度、混合するのかは良くわからない。いずれにしても、恒星からの光は上空の大気と散乱するため、空はやはり青くなっているものと考えられる。夕焼けも地球と同じように存在するのであろう。

6.3.3 海の形成

生命は恐らく、海底から生まれたのであろう。その場合、海底火山が重要な役割を果たしていると考えられている。それが熱エネルギーの源になっているからである。それでは海はどのように形成されたのであろうか？

そのためには地球における水の起源を考える必要があるだろう。水は H_2O であるがこの H_2 も O_2 も宇宙にはかなり沢山存在している。しかしながら水としては宇宙空間には存在できなく、常に氷か H_2O 分子としてしか存在できない事は良く知られている事実である。少なくとも原始地球に水が現在のようなレベルで存在していたとは考えにくいものである。

- 水の起源：小惑星より

現在の太陽系においても、例えば彗星の多くは氷でできている場合が多く知られている。従って、原始惑星の生成時においては氷主体の小惑星が大量に宇宙空間に漂っていた可能性が大きいと考えられる。月の一部に存在していると言われている氷はまさに、この小惑星が月にもたらした氷であると考えられている。従って、原始地球の場合においても多くの氷が小惑星から持ち込まれたと想像する事は必ずしも、非科学的な発想とは言えないであろう。原始地球においては、この氷はすぐに溶けて水蒸気として大気に溶け込んでいたものと考えられる。

- 水の起源：惑星内部から

原始地球の内部には沢山の酸化鉄や酸化ニッケルなど、酸素を含む鉱物が大量に存在していたものと考えられている。そして火山活動などによりそれらが解けて酸素が地上に放出される事は十分考えられる事である。

一方、水素を含む化合物も地球表面に多くみられるものと考えられている。例えばアンモニア (NH_3) などである。そしてこれが酸素と何らかの形で化学結合して水分子が生成される可能性は非常に大きいものである。この水分子が大量に大気に含まれば、それは雨となっていていづれ海へとつながって行くものと考えられるものである。

6.3.4 地球型惑星での宇宙生命体は？

地球における生命の起源さえもわかっていない段階なのに、他の地球型惑星における宇宙生命体について議論する事は笑止千万と言われるかも知れない。しかしながら、ここでは U-238 の崩壊エネルギーが結果的に生命体へと転換されて行くと言う仮説を立てている限り、他の地球型惑星でもやはり生命体は誕生するものと考えられるものである。

- アミノ酸とタンパク質

現在までにアミノ酸は自然界で人工的に作られることが分かっている。アミノ酸には沢山の種類が存在している事が知られているが、ここではアミノ酸と言う化学物質だけを考えれば十分である。

さらにそのアミノ酸が結合してタンパク質ができる事も実験的に知られている。従って、原始地球の海底において大量のタンパク質が生成された事は事実と考えて良いであろう。そしてこのタンパク質は少しずつ大きくなって行く事も確かであろう。

- タンパク質の切断

しかしながら、ある段階でこの大きくなり過ぎたタンパク質はどこかで切れるものと考えている。何処でどのように切れるのかと言う事が最も重要な設問である。何らかの原因により、タンパク質がうまく切れて2個に分かれると、これは同じタイプのタンパク質が生成された事になり、ある意味での『複写』に対応するものと考えられる。この場合、何故、切れた方がエネルギー的に得をするのかと言う事が量子論的な立場からすると非常に重要になっている。

- 膜の問題

個体が他から独立した存在となるための最も重要は要素は何らかの形で境界があると言う事である。従って、生命体を考える上で細胞膜は本質的に重要である。これは明らかで、外界と遮断した時に初めて『個』と言う概念が成立するからである。

生命の誕生を研究する観点からすると、膜の生成の問題は非常に難しいと思われるが、ここでは何らかの手法により、膜が生成されてこれにより個体と言う概念が作られたと言う所を出発点としよう。

- 分裂と複写

最も単純な模型として、細胞膜の中に1個のタンパク質が存在していると言うものを考えて見よう。この場合、タンパク質が成長して行く事はエネルギー的にも合理的であると言える。しかし膜の中でタンパク質が成長して一定以上に大きくなるとそれ以上は成長できなくなると考えられる。この場合、2個の選択肢が存在するものと思われる。一つは成長をやめると言うものである。しかしもう一つの可能性としてその細胞が2個に割れると言う事も考えられよう。これが分裂による複写であると言える可能性があると思われる。

問題はどのような物理的な要因で分裂を選ぶのかと言う事であろう。膜が球形から卵形に変形して行き、いずれは表面エネルギーの問題で2個に分裂した方が得になる事は十分考えられるものである。液滴模型を考えて見ればわかるように、表面エネルギーがなるべく小さくなるようにと液滴は球体になる事は良く知られた事実である。しかしこの描像はマクロな観点でのものであり、それが分子の運動エネルギーとどう関わっているのか良くわからない。

さらに、膜が2個に割れる場合、それに応じて中のタンパク質も2個に割れる必要がある。しかし膜の割れがタンパク質の切断にどう影響しているのかと言う問題が量子論的に答える必要があるが、それはほとんどわかっていない。

- 最も単純な生物?

誕生から数億年経過すると、海底において最も単純な生物が誕生するものと思われる。この最も単純な細胞(『A細胞』と呼ぼう)は、膜の中にタンパク質があり、それはそのタンパク質に必要な物質を取り込んで行くものと考えられる。従って、その細胞の周りには必要な物質(無機的な餌)が充分存在しているものと仮定しよう。その細胞は成長と分裂を繰り返し繰り返し行うものと考えられる。しかしこれが生命と言えるかどうかはよく分からない。

- 大きな膜の形成

生命の誕生に関して、膜の形成が最も基本的で重要な要素であることは疑い得ない問題である。しかしそれがどのように形成されるのかと言う問題に関しては明確な描像を作る事が出来ていない。

しかしここではより大きなスケールの膜が形成されて、その中に先に示した細胞が多数、包含された状態が作られたとしよう。これは非常に多くの細胞が作られた場合、十分に可能性のある状況であろうと考えられる。このように沢山の細胞を包み込んでいる膜の事を『 α 膜』と呼ぼう。

- 『 α 膜』の進化

この『 α 膜』には『A細胞』を飲み込む事が出来る程度の穴が存在するものと仮定しよう。この場合、 α 膜は水と共にA細胞を少しずつ取り込んで行くものと考えられる。取り込むための力は恐らくは、浸透圧であろうと考えられる。こうして α 膜が次第に大きくなって、どこかで分裂して2つに割れる事が出来れば、これは生命として考えても良いかも知れない。少なくとも『A細胞』を生物とは言えないとしても、しかし α 膜では他者を接種して大きくなるという点では最小単位に近い生物と考えても良いかも知れない。

- 生命体進化の指標

タンパク質がより大きくなって行く指標はエネルギーと浸透圧であろうと考えられる。それでは複写の指標は何であろうか？一つの可能性としては表面張力が考えられるが、この力をミクロに理解する事が現在まで、うまく出来ていない。これが分かると生命体に関する理解が一步進むものと思われる。

6.3.5 無限遠方の地球型惑星の生態

この章は科学的な論証と言う観点からしたら少しずれていて、あるいは科学的とは言えないと感じる読者も少なくはないかも知れない。著者は最も正統的な物理学者であると自負しているが、しかし同時に想像の世界(科学的な)に興味がある事も事実である。ここでは論証はできないものではあるが、無限遠方の地球型惑星にはどのような生物がどのような生き方をしているのかを想像してみたいと思う。

- 光の強さが1.5倍の惑星

太陽からの光度が1.5倍強い惑星の場合、その地表での平均気温は50程度になるものと考えられる。この場合、海水温も現在の地球の温度よりも平均で10度以上は上がり、従って水蒸気はかなり多いものと思われる。この場合、雨の多い地表となって行くのであろう。

光の強さは海水の温度を上げる事はあっても、それが微生物に与える影響はあまりないように思われる。従って光合成を行う生物が現れるまでは現在の地球とそれ程、大きな相違はないものと考えられる。しかしながら葉緑体が生まれると光の強さはその成長に影響を与えるものと考えられる。成長はやはり早くなるのであろう。ただ、進化に関しては確率の問題なので、光の強さが影響するとは考えにくいものである。

- 昼と夜だけの惑星

惑星の公転と自転の周期が完全に一致した場合、その惑星の太陽面は1年中、昼となり反対側は1年中、夜となっている。月の場合がこれと同じ状態である。すなわち月は公転と自転の周期が完全に一致しているため、我々地球から月の裏側を見る事は出来ない。これは月の形成と関係していると考えられている。月が形成される場合、後に月となる物質が一定の軌道上を周回していたと仮定されている。この場合、徐々に月が形成されて行く上で、その軌道が変化する事はないため、公転と自転の周期が完全に一致したわけである。

この事より、当然、惑星の形成時にも同じ現象が起こる可能性はかなりあるものと考えられる。この場合、その惑星では常に昼の場所が存在している事になるが、生物はどのように進化して行くのであろうか？恐らく海はつながっている可能性が高いので、海流はかなりの速さで流れるのであろう。

第7章 新しい宇宙論

この章では宇宙論の最新版について簡単な解説をしよう。新しい重力理論が完成したことにより、宇宙論も大幅に改定されることになったが、少しずつ新しい宇宙の描像が作られつつある。この場合、最も基本的で重要な問題はこの宇宙が無限に大きいかまたは有限であるかと言う事であった。

これまで宇宙が無限に大きいと『Olbersのパラドックス』に抵触すると言う考えを人々は持っていた。このためこれまでの宇宙論、例えばビッグバンモデルなどは常に有限の大きさの宇宙を考えていた。しかしながら、このパラドックスには重大な見誤りがあり、光速の有限性を考慮していなかったのである。光速の有限性を認識していれば無限の彼方からの光は無限に時間が掛かり『Olbersのパラドックス』は意味をなさない。実際「宇宙空間は無限である」とする理論模型を採用しないと幾つかの現象が説明できない事が今は分かっている。

ここではそれらの問題点を踏まえて、この宇宙が無限に大きいとした時、様々な現象が初めて矛盾なく理解されるという事実を解説して行こう。宇宙の構造に対して、科学的な検証は確かに可能とは言えないが、しかし現代物理学の範囲では、最も整合性がある宇宙論となっている事は間違いない事である。

7.1 Olbersのパラドックス

まず始めに、Olbersのパラドックスについて簡単に解説しておこう。このパラドックスとは宇宙が無限に大きいとすると夜が暗い事と矛盾すると言うものである。これはこの宇宙空間が無限に広いとして、またその宇宙に星が一様に分布しているとして、その星の光をすべて集めると光の強さは無限大になってしまうと言うお話である。この計算は単純であり、宇宙空間が無限大であるとして光速の有限性を無視する限り、その主張は正しい。このため、宇宙が無限に大きいとする仮定には問題が生じてしまうと言うパラドックスである。

7.1.1 Olbers のパラドックスの問題点

この Olbers のパラドックスのために、この宇宙空間は無限に大きいものであってはならないと言う事が科学的常識となって現在に至っている。ビッグバン模型もそのうちの一つであり、有限の宇宙ならば確かに、夜が暗い事を証明する事ができる。そして宇宙空間が有限であるとして Olbers のパラドックスを避ける宇宙模型がこれまでの定説と考えられてきたのである。

ところが Olbers のパラドックスには重大な見誤りがある。それは光速の有限性と関係している。Olbers のパラドックスは19世紀初めに提案されたのであるが、それ以前に光速の測定はすでに行われている。実際、18世紀半ばには光速が約 30 万 km/s である事が測定されている。しかしこの Olbers のパラドックスについて、光速の有限性を人々がどこまで認識していたのかは良くわからない。

7.1.2 光速の有限性と無限大の認識

光速が有限であることを認識していたら、無限の彼方から星の光が到着するためには無限の時間が掛かってしまう事が分かる。従って、無限の彼方の宇宙から光が地球に届くことはなく Olbers のパラドックス自体が意味をなしていないのである。これは「無限大」が人間の認識を超えている事と関係している。数学で定義され、そして使われている「無限大」と言う量は「どのように大きな数を持って来てもそれよりも充分大きい数」と言う有限量でしかない。数学では良く ∞ とする記号を使って無限大を表しているが、これは勿論、充分大きいと言う有限量として扱っている。本当の意味での無限大を人間が認識する事は当然、不可能な事である。そしてこれは人間の脳細胞の数が非常に大きいとしてもそれは所詮、有限量でしかない事と関係している。

7.2 背景輻射

この宇宙は 2.7 K の背景輻射で満ちている。そして、この発見は非常に価値のあるものである。著者が大学院生の頃、この背景輻射の発見者である Wilson が日本を訪問して大学で講演をしてくれたことがある。それは 1970 年代初頭のことである。彼は当時、人工衛星からの電波を検出する装置を作成していた技術者であった。彼の話だと測定精度をどんどん上げて行き、当時これ以上の弱い電波の検出は不可能であろうと言うレベルまで精度を上げる事ができた。ところがどうしてもあるノイズを抑える事が出来きなかったと言う事であった。

しかしこのノイズ発見の直後に、ある研究者が「ビッグバンの名残りとして背景輻射が存在するはずであり、この場合の輻射の温度は 10 K 程度である」と言う理論が提案されたのである。このため、Wilson 達は自分達が取り除けなかったノイズがこの背景輻射かも知れないと言う事で、これは大変な発見になったようだと思ったそうである。

7.2.1 熱平衡

この宇宙空間で輻射が熱平衡になっていると言うお話は最初、非常に奇妙に思ったものである。熱平衡とはある粒子群間に何らかの相互作用があり、その粒子群が何らかの形で有限の空間に閉じ込められている場合にのみ起こる現象である。「宇宙空間のように開いた空間では輻射が熱平衡になる事はあり得ない」と言う事は物理学の常識である。しかし人々はこのお話を受け入れて、背景輻射の観測値はビッグバン模型の重要な根拠となった。

● 開いた系の熱平衡

実際問題として開いた系が熱平衡になっている事例は物理学では知られていない。熱平衡になるためには粒子間の相互作用が頻繁に起こっていると言う重要な仮定がある。この場合、統計物理学では「相互作用の強さがどんなに弱くても、十分時間がたてば熱平衡状態に至る」と言う事が示されている。ところで、粒子間相互作用 (衝突) が頻繁に起こるための条件として、通常、平均自由行程 (mean free path) で表す事ができる。式は書かないが、1 個の粒子に注目した場合、どれだけ走ったら次の相互作用 (衝突) が起こるかと言う事である。

7.2.2 宇宙にある光子の衝突回数

一方、ビッグバン模型で主張されている宇宙を考えるとその大きさは150億光年程度でありその中に約1000億個程度の銀河が存在していると考えられている。この場合、輻射が熱平衡になるためには衝突が十分な頻度で起こっている必要がある。ところがこの場合、フォトンが水素原子と衝突するとした場合の平均自由行程は約100万光年程度である事が示されている。これはすなわち、フォトンほとんど衝突はしない事を意味していて熱平衡とは全くの真逆の状態であることがわかる。

7.2.3 背景輻射の起源

結論として、もしビッグバンの爆発で大量のフォトンが生成されたとしても、それが背景輻射として残っている事はあり得ない事が分かっている。従ってこの背景輻射は何処から来ているのかと言う問題は非常に重要であり、これを新しい宇宙論では解決する必要がある。

後で解説するように、新しい宇宙論では背景輻射の原因は他の宇宙からやってきたものとしている。実際この場合、例えば α 宇宙が爆発時に失うフォトンのエネルギーを回復できる唯一の方法である事が分かっている。

7.3 宇宙の膨張と融合

宇宙の膨張は観測事実と考えられている。しかしこの場合の膨張とは何であろうか？それはこの宇宙の銀河がそれぞれ相対的に離れて行くように運動していると言う事に対応している。ところがこの観測事実を曲解して、これが空間の膨張であるとビッグバン模型の支持者達は主張したのである。

7.3.1 空間の膨張

それでは空間の膨張とはどういう事であろうか？この空間の膨張として1970年代の物理屋は「風船の膨張」の例を出して解説したものである。この風船の表面は2次元であるが、実際はこれを3次元で考えれば良いと言う説明であった。この場合、風船の表面が空間に対応すると説明されていたのである。そうだとすると、銀河は空間にくっ付いていると言う事になっている。これは物理的にはどういう事であろうか？これはどのように考えてみても理解不能である。銀河が空間にくっ付いて運動しているとしたら、そのエネルギーは空間が持っている事になってしまう。勿論、これは物理学とは無関係のお話である。

ところが現実問題としては、宇宙論の専門家と自称する人々はその後、宇宙の膨張の説明または解釈を停止または放棄したのである。そして現在は宇宙は膨張していると言う事を主張するが、それはそれぞれの銀河の膨張の事であるとしていて、空間の膨張が物理的に議論されることはない。

● 銀河の膨張は空間の膨張か？

物理学の言葉で見れば話ははっきりしてくる。銀河が持っているエネルギーは運動エネルギーと重力エネルギーである。星が光を放つ際におけるエネルギー源は核融合のエネルギーであるが、今の場合、そのエネルギーを考慮する必要は特にない。従って、空間の膨張とともに銀河が膨張したと言う主張では膨張のエネルギーは空間のエネルギーと言う事になり、これは物理学ではない。

7.3.2 アンドロメダと Milkyway 銀河の融合

銀河膨張のエネルギーは最初に複数個の巨大銀河クラスター同志が衝突してできた爆発のエネルギーである。このエネルギーの源は勿論、銀河が持っていた重力エネルギーである。これまでそして恐らくは現在も、そのエネルギーが銀河の運動エネルギーとして相対的な銀河同志間の膨張として観測されている

ものと考えられる。いずれはこの膨張が止まり、銀河同士が融合し始める事になるだろう。銀河間の相互作用は重力であり、これは必ず引力なので次第にお互いを引き付け合って融合(衝突)して行く事になるであろう。隣の銀河系であるアンドロメダ銀河と我々の MilkyWay 銀河は約30億年後に衝突して融合する事が計算によって分かっているが、しかしこれがこの宇宙全体の融合の兆しと関係しているのかどうかはよくわからない。

7.3.3 銀河団の融合

この宇宙に存在している銀河はいずれより大きな銀河団になって行くものと考えられる。そしてそれが次第に融合を繰り返して行き、いずれは2個または3個の巨大な銀河団になって行くのであろう。そしてそれらはいずれ一つに融合する事になるだろう。これは宇宙ファイヤボールとして、宇宙初期のような状態を示すのであろう。この融合は爆発に対応していて、その爆発後は膨張に転じて行くのであろう。

7.3.4 爆発による粒子とフォトンの消滅

従って、この我々の宇宙はこの融合と膨張を繰り返して行く事となっているものと考えられる。この場合、爆発時に一定量の輻射エネルギーと粒子群を失う事になる。特に輻射エネルギーはかなり大量に失われて行く事は間違いないと考えられる。

7.3.5 宇宙は無限の過去から存在

現在、陽子と電子がともに安定であることが実験的に実証されている。このため、この宇宙は無限の過去から存在しており、そして勿論、永遠の未来にも存在するものである。その場合、この宇宙は融合と膨張を繰り返してきた事になっていると考えられる。しかしその場合、重大な問題が生じてしまう事になる。それはそれぞれの爆発で一定量のフォトンエネルギーを失っているため、これが無限回、繰り返されたとしたらこの宇宙のエネルギーは大半がなくなっている事になっている。これは明らかに、現在の我々の宇宙の存在と矛盾しているため、何らかの形でエネルギーを外から獲得する必要がある。

7.4 α 宇宙と Mugen 宇宙

ここで約 150 億光年程の大きさを持ち、その中に約 1000 億個程の銀河が存在していると言う、この我々の宇宙の事を α 宇宙 (α Universe) と呼ぼう。全宇宙 (Mugen Universe) とはこれらの α 宇宙と同等の宇宙が無数個存在している宇宙の事である。「Mugen」は Bentham の教科書 [5] で使用して以来、これを英語として使っている。それはこの言葉が宇宙論における「果てしのない宇宙空間」を表すためには最も適した表現と考えられるからである。

7.4.1 α 宇宙と Mugen 宇宙の階層構造

ここで簡単にこの宇宙の階層構造を書いて置こう。まずは地球から始めよう。

(1) 地球の大きさ :

地球の半径は約 6400 km である。地球は太陽の周りを公転しているが、その公転軌道は光速で約 8 分かかる距離である。

(2) 太陽系の大きさ :

太陽は恒星であり、宇宙における標準的な星であると考えられている。今後、銀河などの質量はこの太陽質量 M_{\odot} を基準として計って行く。距離は光年を基準とするが 1 光年は約 9.5×10^{17} cm である。また太陽系の大きさは約 3×10^{-3} 光年程度である。

(3) 銀河系の大きさ :

MilkyWay (銀河系) の大きさ (直径) は約 10 万光年である。銀河系の質量は恐らくは $2 \times 10^{12} M_{\odot}$ 程度であろう。恒星の数 N_{star} は $N_{\text{star}} \sim 10^{11}$ 程度と考えられているが、あるいはそれよりも少ない可能性がある。これは銀河核の質量がどの程度かと言う事に強く依存している。

(4) α 宇宙の大きさ :

銀河系が集まって我々の宇宙 (α 宇宙) を形成している。この中にどのくらいの数の銀河が存在しているのか、あまり確かな事はわかっていないと言えよう。現在、 2×10^{11} 程度は存在していると考えられているようである。しかしここでの議論に関しては、この数はそれ程、重要な問題にはならない。この α 宇宙の大きさも良くわからない。大雑把には 150 億光年前後であろうと思われる。しかしこれも正確な数字に特に意味があるとは言えない。

(5) Mugen 宇宙の大きさ :

これらの α 宇宙は無数個存在している事が必要である。実際、このような α 宇宙が無数個あるとしない限り、宇宙の安定性を証明する事はできないのである。そしてこの無数個の α 宇宙の集まりを Mugen 宇宙と呼んでいる。

それでは α 宇宙が無数個ある場合、我々の α 宇宙は安定であろうか？隣の α 宇宙から確かに引力を受ける事になる。しかしながら、これらの α 宇宙が無数個あるとすれば、我々の α 宇宙はあらゆる方向から引力を受ける事になって、確かに我々の α 宇宙は安定であることがわかるのである。

7.4.2 宇宙ファイアボール

α 宇宙の宿命として、融合と膨張を繰り返して行くものと考えている。その場合、融合の最終段階として爆発状態となるものと考えられる。これを「宇宙ファイアボール」と呼んでいるが、これはある意味でビッグバンの初期状態に近いものと考えられる。しかし現在のところ、この「宇宙ファイアボール」に対する具体的な描像は作られてはいない。膨大な数の銀河が一つまたは複数のファイアボールになると言う物理学はお話で言っているだけで具体的な理論計算はどうしたら可能なのか、今の段階では見当もつかないものである。

7.4.3 銀河核の物理学

宇宙ファイアボールの前にまずは銀河核の模型計算が必須であろう。これまで多くの宇宙物理屋はこの銀河核をブラックホールとして片づけてきたが、勿論、これは何も言ったことにはなっていない。銀河核の研究のためには、恐らく銀河核の状態方程式をしっかり構築して、その物理的な特性をある程度にせよ、明らかにして行く事がまずは最初の仕事となろう。これを理解していないと銀河核の議論を進めて行く事は難しいものと考えられる。

銀河核の場合、強大な重力と強力な核力とのせめぎ合いとなっているのであろうが、このダイナミックスを取り扱う事は相当に、難しいものであろう。そしてこれは科学になり得るかどうかは別として、物理学者としてはどうしても解きたい問題であることは確かである。いずれこの問題に挑戦する若手の理論物理学者が現われる事を期待したいものである。

7.5 新しい宇宙像

ここで新しい宇宙像について簡単にまとめて見よう。新しい宇宙像においては宇宙の大きさは無限であり、無限個の α 宇宙から成り立っている。そしてこの宇宙を『Mugen 宇宙』と呼んでいる。我々の宇宙でもある α 宇宙においては、宇宙ファイアボールの後、沢山の銀河が形成され、その銀河全体が膨張し続けて行く。しかしその膨張エネルギーを使い果たしたある段階から今度は収縮に転じて行き、いずれはまた宇宙ファイアボールになり、爆発して膨張する。この現象を繰り返して行くのが α 宇宙に対する描像である。

7.5.1 α 宇宙の中心

この場合、この α 宇宙の中心は何処にあるのだろうかと言う疑問を持つのは至極当然である。惑星系も銀河系も全てその中心に重い星が存在しているからである。しかしながら、 α 宇宙における沢山の銀河群全体を見るに及び、これはむしろ原子核の中心が何処にあるのかと言う問題に近いものと想像できる。

- 原子核の中心

原子の場合、その中心に原子核があり太陽系と似ているが、原子核の場合、それは陽子と中性子によって作られているため、その中心となる物は存在していない。すなわち、そのそれぞれの核子が平等の役割を果たして、原子系や太陽系のようにその中心に何かがあるという系ではない。今の場合、一つの核子からすると、その原子核の中心が何処であるかという設問に対しては答える事は出来ない。但し、その原子核全体を見渡す事が出来れば、その中心が大雑把には何処にあるかが、平均値としてわかる。

- α 宇宙の中心

この α 宇宙の中心の問題もこれに極めて近いものであると考えられる。もし α 宇宙全体を見渡す事が出来たら、この α 宇宙の中心がどのあたりにあるのかは大雑把には推論出来る可能性はある。しかし、 α 宇宙の一部に存在する観測者からこの α 宇宙の中心を探る事は原理的に不可能である。さらに言えば、この α 宇宙の中心が何処にあるかと言う問題自体が科学的に興味もないし、また物理的に意味をなしていないものであろう。

7.5.2 背景輻射と宇宙の無限性

この我々の α 宇宙には 2.7 K の背景輻射が存在している。宇宙にこの低エネルギーの光子が一様に分布し存在しているとするとこれはかなりのエネルギーになっている。大雑把に言って、すべての物質が持っている宇宙の重力ポテンシャルエネルギーの数%にはなっているものと考えられている。この事自体は別に問題ないが、問題は光子が我々の宇宙からその外へエネルギーを持ち去っているという事実である。これがたとえ重力ポテンシャルの数%でも、爆発を繰り返している限り、いつかはすべての重力ポテンシャルエネルギーを持ち去ってしまう事は明らかである。

この現象を解釈する模型として大雑把に言って次のことが考えられる。それは、我々の α 宇宙と同様な有限の宇宙が無限にあると言うものである。この場合、どの宇宙も爆発と収縮を繰り返し、その度に大量の輻射エネルギーを放出している。従って、2.7 K の背景輻射は宇宙全体に存在するべきものである。その温度や強度の多少のずれはあるにせよ、基本的には、この電磁波の海の上に我々の宇宙が存在していると言う事になる。この模型の場合、2.7 K の背景輻射を理解する事はそれ程難しくはなくなっている。

付録 A 赤外線と大気中 CO₂ 散乱

赤外線が大気中の CO₂ と散乱する確率を求めておこう。光と大気の散乱断面積として、ここでは Thomson 散乱の散乱公式を使う。これは光と電子との散乱断面積であるが、大気との散乱は原子中の電子との散乱なので、Thomson 散乱の断面積を使って充分良いと考えられる。

A.1 Thomson 散乱の微分断面積

Thomson 散乱の微分断面積は場の量子論的に計算されており、散乱断面積は

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ray} \simeq \frac{r_0^2}{2}(1 + \cos\theta) \quad (\text{A.1})$$

と求められている。 r_0 は電子の古典半径であり

$$r_0 = 2.8 \times 10^{-13} \text{ cm} \quad (\text{A.2})$$

である。

A.2 光の大気中での平均自由行程 ℓ_b

Thomson 散乱の微分断面積の式 (A.1) より、光と大気との全断面積 σ_T は

$$\sigma_T \simeq 6.6 \times 10^{-25} \text{ cm}^2 \quad (\text{A.3})$$

となる。従って、光の大気中での平均自由行程 ℓ_b は

$$\ell_b = \frac{1}{\rho\sigma_T} \simeq 0.56 \text{ km} \quad (\text{A.4})$$

となる。ここで大気中の分子の数密度 ρ としては

$$\rho \simeq \frac{6 \times 10^{23}}{22.4 \times 10^3} = 2.7 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3} \quad (\text{A.5})$$

を用いている。

A.3 赤外線が CO₂ と散乱する確率

光が大気中の分子と散乱する回数 P_R は大気の厚さを L とした時

$$P_R \simeq \frac{L}{\ell_b} \quad (\text{A.6})$$

で与えられる。大気の厚さ L は通常 $L \simeq 20$ km 程度と考えられている。しかし大気の密度は高度と共に減少しているので、この点まで考量した計算を行う必要がある。その結果、まず光が大気と衝突する回数は P_R は

$$P_R \simeq 18.6 \quad (\text{A.7})$$

となる。ここで赤外線が CO₂ と散乱する確率 P_{CO_2} を計算しよう。その結果、

$$P_{CO_2} \simeq 0.006 \quad (\text{A.8})$$

と求まる。ここで大気中の炭酸ガスの濃度を 0.03 %としている。

A.4 温暖化の計算への影響

赤外線による共鳴吸収の計算結果にこの散乱確率 P_{CO_2} の値を掛ける必要がある。これにより、散乱理論による計算が完成したことになる。

付録B 重い原子核生成

ここで重い原子核の生成について簡単に議論しておこう。我々の太陽において、その内部での核融合によって生成される原子核は He までである。これ以上重い原子核はこの太陽では生成されない。

B.1 太陽内部の核融合

太陽内部での核融合反応では4個の陽子が He と4個のレプトンになる核融合反応が起こっているが、この場合、C,N,O 原子核が原子核反応において、ある種の触媒のような役割を果たしている事が知られている。結果的に、4個の陽子が He と4個のレプトンになる原子核反応ではあるが、この場合様々な反応が連鎖的に起こっている。しかしながら、最終的に、C,N,O 原子核はまた元の状態に戻っていると言う連鎖反応過程である。

B.2 重い原子核の生成

それでは重い原子核はどのように生成されるのであろうか？これは良く知られているように、非常に重い星、例えば太陽の5倍から10倍程度の質量の星において生成されることが分かっている。星の質量が十分に重いと、星の内部で次々と He 原子核(α 粒子)を吸収して、重い原子核を作って行く原子核反応が起こる事が分かっている。その方がエネルギー的に得をするからである。これは重力が一定以上に強くなると、星の内部の温度が上昇して α 粒子吸収の方がエネルギー的に有利になると言うことである。

B.2.1 Fe や Ni 原子核

しかしながら Fe や Ni 原子核あたりまでは生成されるが、その後は 粒子吸収ではエネルギー的に得にはならない。それは Fe-原子核のところではその束縛エネルギーが最大になっているからである。それよりも重い原子核は中性子の吸収によって少し重い原子核になり、それが崩壊して新しい原子核が生成されると考えられている。この中性子捕獲により、結果的にウラン原子核まで形成されることは確かな事である。しかしながら、星の内部でどのようにこれらの原子核が生成されるのか、その物理的なメカニズムはきちんと解明されたとは言えない。実験室での検証が不可能である事が最大の原因である。

B.3 存在確率の多い原子核

この宇宙において、元素構成比で最も多いのが水素原子であり、この最も軽い元素が約 90% を占めている。次に He 原子そして重水素原子と続いている。その後は 粒子の整数倍の原子核が大きな元素構成比を持っている。しかしながら 粒子 2 個の Be 原子核は不安定であり、自然界には存在していない。その後多く見つかっている原子核は C, O, Ne などとなっている。また、N 原子核はかなり大きい元素構成比となっていることが観測されている。

B.4 超新星爆発

この様に重い星の場合、星の最終段階において超新星爆発が起こっている事は観測事実でもある。この爆発時において、星は大量の物質を放出している。そしてこれらが集まって、最初に述べた『太陽系の数倍程度の水素原子群』が形成されるものと考えられている。従ってこの場合、すでに様々な原子核が混合しているような水素原子群であるとするのは合理的ではある。

この辺の物理的な解析は非常に難しくてかなりの部分は推論になってしまう。しかしながら、この銀河系の星達を見る限り、様々な原子核が一様に混ざっている事は観測事実である。これは我々の宇宙自体が永遠の昔から存在していた事と関係しているのであろう。90%以上は水素原子であることは観測事実であるがそれ以外の原子核も大よそは太陽におけるものとほぼ同じ確率でこの銀河系内に存在していると考えられているのである。

付録C Rayleigh 散乱

Rayleigh 散乱の断面積とは光と原子との散乱断面積のことである。これは Rayleigh によって古典電磁気学的手法により導出されたものである。この散乱断面積は量子力学における散乱理論により2次の摂動論として導出する事が出来ている。その結果、確かに良く知られている Rayleigh 散乱の断面積の形が求められている。

しかしながら、これまでの計算においては量子論的にも古典論的にも、その断面積の大きさがきちんと求められてはいなかったのである。これに対して、ここでは微視的に正確な計算を実行しているため、具体的な大きさもきちんと評価する事が出来ている。その結果、この散乱断面積の大きさが可視光領域では10桁以上、Compton 散乱の断面積よりも小さい事が示されている。従って、この Rayleigh 散乱の断面積は実際問題としては自然界に適用はできない事が証明されたのである。

C.1 光と電子の相互作用

光は電子としか相互作用しないので、これは原子中の電子との散乱に対応している。光と電子の相互作用 Hamiltonian は

$$H' = -\frac{e}{m}(\mathbf{p} \cdot \mathbf{A}(x)) \quad (\text{C.1})$$

で与えられている。これは非相対論的なものであるが、原子中の電子を扱う場合、この表現で充分である。ここで m は電子の質量であり、 p は電子の運動量演算子である。また $A(x)$ はベクトルポテンシャルであり

$$A(x) = \sum_{\mathbf{k}, \lambda} \frac{\epsilon_{\mathbf{k}}^{\lambda}}{\sqrt{2\omega_{\mathbf{k}}V}} (c_{\mathbf{k}, \lambda}^{\dagger} e^{i\mathbf{k}x} + c_{\mathbf{k}, \lambda} e^{-i\mathbf{k}x}) \quad (\text{C.2})$$

で与えられる。ここで $kx \equiv \omega_{\mathbf{k}}t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$ と定義されている。また $c_{\mathbf{k}, \lambda}^{\dagger}$, $c_{\mathbf{k}, \lambda}$ はフォトンの生成・消滅演算子である。

C.2 2次摂動の散乱行列

光と原子中の電子との散乱過程(弾性散乱)を計算しよう。この場合、摂動の2次から散乱が起り、その相互作用 Hamiltonian は式(C.1)で与えられている。

C.2.1 散乱 T 行列の評価

原子の初期状態として $|i\rangle = |\phi_0(\mathbf{r})\rangle$ を取ろう。この場合、 $\phi_0(\mathbf{r})$ は原子内の電子の基底状態の波動関数を表している。今、フォトンと原子の弾性散乱を考えているので、これは終状態でもある。この時、遷移を起こす T-行列は2次の摂動論より

$$\begin{aligned} T &= \sum_n \frac{\langle \phi_0 | H' | \phi_n \rangle \langle \phi_n | H' | \phi_0 \rangle}{(E_i - E_n)} \\ &= \left(\frac{e}{m\sqrt{2Vk}} \right)^2 \sum_{n,\lambda} \frac{\langle \phi_0 | (i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})(\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\epsilon}_\lambda) | \phi_n \rangle \langle \phi_n | (\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\epsilon}_\lambda)(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) | \phi_0 \rangle}{(E_i - E_n)} \end{aligned}$$

と書けている。ここで $|\phi_n\rangle$ は電子の n 番目の励起状態を表している。また E_i と E_n は原子の基底状態と n 番目の励起状態のエネルギー固有値を表している。また、フォトンの状態関数に関しては

$$e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \simeq 1 + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \dots$$

と長波長近似を使っている。ここで右辺第1項は Compton 散乱に対応している。また可視光領域では $k \simeq 1.2 \times 10^5 \text{ cm}^{-1}$ 程度であり、また原子の半径は $r \leq 1.0 \times 10^{-7} \text{ cm}^{-1}$ なので $kr \simeq 10^{-2}$ となり、これは充分良い近似である。

C.2.2 Closure 近似

ここで $(E_n - E_i)$ を平均値で置き換えて近似してしまう『Closure 近似』を採用しよう。2次の摂動論を大雑把に評価する場合、良く用いられる近似法である。この場合、

$$\Delta E \equiv E_n - E_i$$

として、励起状態の n 依存性を無くして、励起状態全体の平均値で置き換えてしまう事に対応している。この近似が正当化される条件は行列要素の n 依存性が特に強くはないと言う事である。この近似法には factor 2 程度の信頼性はあると考えて良い事が分かっている。

C.2.3 散乱 T 行列

フォトンと原子中の電子との散乱 T 行列は

$$T = \left(\frac{e}{m\sqrt{2Vk}} \right)^2 \sum_{\lambda} \frac{\langle \phi_0 | (\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})(\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\epsilon}_{\lambda})(\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\epsilon}_{\lambda})(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) | \phi_0 \rangle}{\Delta E}$$

となっている。ここで λ については和と平均を取り、波動関数 ϕ_0 に関しては単純な形 $\phi_0 = Ne^{-ar}$ を仮定すると

$$\begin{aligned} \sum_{\lambda} (\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\epsilon}_{\lambda})^2 &\simeq \frac{1}{3} p^2 \\ \langle \phi_0 | (\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) p^2 (\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) | \phi_0 \rangle &\simeq 3k^2 \end{aligned}$$

となる。これより T 行列は

$$T = \left(\frac{e}{m\sqrt{2Vk}} \right)^2 \frac{k^2}{\Delta E} = \left(\frac{e^2}{2Vkm^2} \right) \frac{k^2}{\Delta E}$$

となっている。

C.3 Rayleigh 散乱の断面積

Rayleigh 散乱の断面積を具体的に評価して行こう。特に、この断面積がどのくらいの大きさを持っているのかを数値的に見る必要がある。

C.3.1 微分断面積

微分断面積は

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 2\pi |T|^2 \frac{V}{(2\pi)^3} k^2 \left(\frac{V}{c} \right) = \frac{\alpha^2 k^4}{m^4 (\Delta E)^2} \quad (\text{C.3})$$

となっている。ここで

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}, \quad r_0 = \frac{\alpha}{m} = 2.82 \times 10^{-13} \text{ cm} \quad (\text{C.4})$$

を導入しよう。 r_0 は電子の古典電子半径である。これらの式を用いて書き換えると微分断面積は

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2\lambda^4} \times \frac{2(2\pi)^4}{m^2 (\Delta E)^2} \quad (\text{C.5})$$

となっている。ここで

$$\lambda_0^4 \equiv \frac{2(2\pi)^4}{m^2(\Delta E)^2} \quad (\text{C.6})$$

と定義するとこれは Rayleigh 散乱の断面積そのものである。実際、Rayleigh 散乱の微分断面積は

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ray}^{(cl)} = \frac{r_0^2}{2} \left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^4 \quad (\text{C.7})$$

である。

C.3.2 λ_0 の評価

具体的な数値を入れて λ_0 を計算してみよう。ここで $m = 0.51 \text{ MeV}/c^2$ であり、また $\Delta E \simeq 7 \text{ eV}$ としている。この時

$$\lambda_0 \simeq 0.8 \times 10^{-7} \text{ cm} \quad (\text{C.8})$$

と求まる。可視光 (青色) だと $\lambda \simeq 4.5 \times 10^{-5} \text{ cm}$ なので

$$\left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^4 \simeq 0.9 \times 10^{-11} \quad (\text{C.9})$$

となり非常に小さい。これより Rayleigh 散乱の微分断面積は

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ray} \simeq 0.9 \times 10^{-11} \times \left(\frac{r_0^2}{2}\right) \quad (\text{C.10})$$

となっている。

C.3.3 Compton 散乱の微分断面積

ここで Compton 散乱の微分断面積を書いて置こう。但し、散乱前後のフォトンの運動量 k, k' に対して $k \simeq k'$ としている。微分断面積は

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Comp} = \left(\frac{r_0^2}{2}\right) (1 + \cos^2 \theta) \quad (\text{C.11})$$

となっている。

C.3.4 次元解析による評価

Rayleigh 散乱の微分断面積 $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)$ がフォトンの運動量 k に対して

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \sim k^4 \quad (\text{C.12})$$

となったことは非常に重要である。この系において、エネルギーの次元を持っているのは電子の質量 m と ΔE である。ここでこの ΔE は分母に

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \sim \frac{k^4}{(\Delta E)^2} \quad (\text{C.13})$$

と現われる事は2次の摂動論である事から明らかである。この場合、断面積が L^2 の次元を持つためにはどうしても電子の質量の4乗が分母にあらわれる必要がある。すなわち

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \sim \frac{k^4}{m^4(\Delta E)^2} \quad (\text{C.14})$$

となるべきである。実際、量子論による散乱断面積もその通りになっている。これを Compton 散乱と比べてみよう。Compton 散乱は

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Compton}} \sim \frac{1}{m^2} \quad (\text{C.15})$$

であった。 ΔE は k と同じ大きさなので、結局 $\left(\frac{k}{m}\right)^2$ が suppression factor となっている。そしてこれが可視光では $\left(\frac{k}{m}\right)^2 \leq 10^{-10}$ の大きさである。これは量子論的な散乱理論による厳密な計算結果と一致している。

C.3.5 Rayleigh 散乱は起こらない!

これは Rayleigh 散乱が自然界ではほとんど起こらない事を意味している。これまで人々は Rayleigh 散乱の微分断面積の形だけを気にしてきたものと思われる。しかし断面積がこれだけ小さいと言う事はこの散乱過程は現実には起こっていない事を意味している。従って『空が何故、青いか?』と言う問題に答える事が出来ていない。これは今後の課題となっている。

付録D 特殊相対性理論の解説

ここでは特殊相対性理論について簡単に解説しておこう。特殊相対性理論という言葉は正しい表現ではないが、ここではその言葉を用いる事にしよう。これは一般相対性理論がまともな理論だと信じていた人達により歴史的に使われてきたものであるが、実際には特殊相対性理論が相対性理論そのものである事は言うまでもない。将来的には『特殊』という言葉が外れて、単に相対性理論と言う表現になると思われるが、ここでは科学史的な表現に従って行こう。

D.1 特殊相対性理論

光速不変の法則が実験的に確立されて以来、特殊相対性理論(相対論)における変換則は Lorentz 変換であることが認識された。そしてその Lorentz 変換は Maxwell 方程式を不変にする変換則であった。これは慣性系間の変換則であり、当然の事であるが Lorentz 変換は座標変換である。そしてこの変換は運動学であるため、物理学のダイナミクスに対して何かの制限を付けるというものではない。

D.1.1 Lorentz 変換

ここで2個の慣性系を用意しよう。そしてこれらを R -系 $[R(t, x, y, z)]$ と S -系 $[S(t', x', y', z')]$ としよう。今、 S -系が R -系に対して x -軸方向に速度 v で運動しているとしよう。この場合 Lorentz 変換は

$$x = \gamma(x' + vt'), \quad t = \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right), \quad y = y', \quad z = z' \quad (\text{D.1})$$

であり、 γ は $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ と定義されている。この式は Maxwell 方程式が S -系でも R -系でも同じ形の微分方程式になるという要請を充たすように求めら

れたものである．式 (D.1) で，もし速度 v が光速と比べて十分小さい場合，

$$x \simeq x' + vt', \quad t \simeq t', \quad y = y', \quad z = z' \quad (\text{D.2})$$

となり，Galilei 変換の式と一致している．従って，地球上で起こる殆ど全ての現象は光速と比べて十分遅いため，非相対論の近似式で充分である．

D.1.2 微分量の Lorentz 変換

Lorentz 変換に対して運動方程式がどう変換されるかという問題が現代物理学を学ぶための一つの関門である．これを自分で計算して検証しないと，なかなか先に進めないものである．この議論の前にまずは微分量の Lorentz 変換をここで計算しておこう．Lorentz 変換 $x = \gamma(x' + vt')$, $t = \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right)$ に対して微分の変換式は

$$\frac{\partial}{\partial x} = \gamma \left(\frac{\partial}{\partial x'} - \frac{v}{c^2} \frac{\partial}{\partial t'} \right), \quad \frac{\partial}{\partial t} = \gamma \left(v \frac{\partial}{\partial x'} - \frac{\partial}{\partial t'} \right) \quad (\text{D.3})$$

となる．但し y, z は変更を受けないので表示していない．ここで $p_x = -i \frac{\partial}{\partial x}$, $E = i \frac{\partial}{\partial t}$ と定義してみると

$$p_x = \gamma \left(p_x' + \frac{vE'}{c^2} \right), \quad E = \gamma (E' + vp_x') \quad (\text{D.4})$$

となりエネルギー・運動量の変換則と一致している．よって 4次元の内積 $\boxed{px \equiv Et - \mathbf{p} \cdot \mathbf{r}}$ が

$$px = Et - \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} = p'x' = E't' - \mathbf{p}' \cdot \mathbf{r}' \quad (\text{D.5})$$

のように Lorentz 変換に対して不変である事がわかる．

D.1.3 運動方程式の変換不変性

粒子の運動を記述する運動方程式はどの慣性系でも同じ形をしていると言う要請が相対論の基本原理である．ここでは，Newton 方程式と Maxwell 方程式が Lorentz 変換に対してどの様に振舞っているのかを具体的に見て行こう．そうすれば変換した時の形がいかに大切であるか良くわかると思う．

● Newton 方程式と Lorentz 変換

Lorentz 変換は $x = \gamma(x' + vt')$, $t = \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right)$ となっている。この場合、一般的には x, t は互いに独立変数である。しかしここでは x が何らかの形で時間の関数となっていると仮定しよう。従って、座標の時間微分は

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx' + v dt'}{dt' + \frac{v}{c^2} dx'} = \frac{\frac{dx'}{dt'} + v}{1 + \frac{v}{c^2} \frac{dx'}{dt'}} \quad (\text{D.6})$$

さらに 2 階微分は

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{\gamma(dt' + \frac{v}{c^2} dx')} d\left(\frac{\frac{dx'}{dt'} + v}{1 + \frac{v}{c^2} \frac{dx'}{dt'}}\right) = \frac{\frac{d^2x'}{dt'^2}}{\gamma^3\left(1 + \frac{v}{c^2} \frac{dx'}{dt'}\right)^3} \neq \frac{d^2x'}{dt'^2} \quad (\text{D.7})$$

となり、Newton 方程式は全く別物になっている。すなわち、Newton 方程式は Lorentz 変換に対して不変ではない。最も深刻な問題点は変換された式に慣性系間の速度 v が入っている事である。これでは何をやっているのかわからないものである。

● Maxwell 方程式と Lorentz 変換

Maxwell 方程式の Lorentz 変換による性質を考えるためには、物質が無い時で十分である。この時、Maxwell 方程式は電場 E に対して

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2\right) E = 0 \quad (\text{D.8})$$

となっている。Lorentz 変換においては

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t'^2} - \nabla'^2 \quad (\text{D.9})$$

であるから、Maxwell 方程式が Lorentz 変換に対して不変である。実際、Lorentz 変換の係数はこの上式が成り立つように決定されたものである。

D.2 運動系の時間は遅れるか？

Lorentz 変換の式を見ると、高速で運動している慣性系の時間は地上における時間から少しずれるているように見える。しかしながら、これら t, x は変数であり観測量ではない。以下では思考実験における観測量である時間差 Δt により、系の時間の遅れが本当に起こっているかどうかを検証しよう。

D.2.1 間違いの思考実験

以下に、これまで良く議論されてきた思考実験を行いながらこの時間の刻みがどうなるのかを解説して行こう。まず速度 v で等速直線運動をしている電車（高速の慣性系）を考えよう。この場合、線路は当然、直線である。ここで線路と平行に大きな鏡の壁が距離 ℓ だけ離れた所に延々と立っていると仮定しよう。

- 地上の系からみた電車の系の時間刻み

まず、電車の中にいる観測者がレーザービームで鏡に向かって光を放つとしよう。この場合、この電車の観測者は自分が動いているかどうかはわからないものと考えられる。そしてこの観測者は鏡に反射した光を検出して光が往復した時間 ($2\Delta\tau$) を正確に測定できたと仮定しよう。この場合

$$\ell = c\Delta\tau \quad (\text{D.10})$$

である。一方、地上にいる観測者からみると電車から発せられた光が三角形の軌跡を取って再び電車の観測者に受け取られる事になる。この場合、その時間を ($2\Delta t$) としよう。従って

$$\sqrt{(c\Delta t)^2 - \ell^2} = v\Delta t \quad (\text{D.11})$$

となっている。この式から

$$\sqrt{c^2 - v^2} \Delta t = c\Delta\tau \quad (\text{D.12})$$

が求まる。よって

$$\Delta\tau = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Delta t \quad (\text{D.13})$$

となり、電車の中の時間刻みが少し小さくなるように見えている。

- 電車の系からみた地上の系の時間刻み

それでは、今度は同様の思考実験を電車の人から行ってみよう。地上が電車に対して動いているように見える速度は $(-v)$ となっている。それは Lorentz 変換を逆に解いてみれば良くわかるものである。今の場合、式 (D.1) から

$$x' = \gamma(x - vt), \quad t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right), \quad y' = y, \quad z' = z \quad (\text{D.14})$$

となっていて確かに $(-v)$ となっている。しかしそれ以外は式 (D.1) と全く同じである。今度の場合、地上において鏡に向かってレーザービームを放ち、それを計測して時間を測る。この場合、電車の人から見るとこれまでの考察と丁度、真逆になっている。従って

$$\Delta t = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Delta\tau \quad (\text{D.15})$$

となる。

D.2.2 時間刻みの矛盾

これは一体、どうした事であろうか？この結果である式 (D.13) と式 (D.15) はお互いに矛盾している。 Δt と $\Delta\tau$ は思考実験における観測量になっているので、これは何かが間違っている事は確かである。しかしながら、相対論の立場からしたら、どの系も同等であることから合理性はあるように見えるのである。

D.2.3 思考実験の何処が間違いか？

上記の考察の何処に間違いがあったのであろうか？これは式 (D.1) を見てみると良くわかるものである。 t 秒後の電車の座標が $x' = x + vt$ としてしまった事が間違いの原因であった。電車が高速になると t 秒後の電車の正しい座標は、Lorentz 変換の式 $x' = \gamma(x + vt)$ で与えられる。従って

$$v\Delta t \implies \gamma v\Delta t, \quad c\Delta t \implies \gamma c\Delta t \quad (\text{D.16})$$

と書き直す必要がある。すなわち式 (D.13) は

$$\begin{aligned} \Delta\tau &= \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \times \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Delta t \\ &= \Delta t \end{aligned}$$

となり、時間の遅れがない事が証明されたのである。従って、どちらの系の時間も変更を受ける事はないと言う事で矛盾がいとも簡単に解決されている。

D.2.4 高速慣性系の時計は遅れない！

この考察でわかったことは『どの系の時計も遅れる事はない！』と言う事実である。従って、例えば『双子のパラドックス』などは、最初から存在しない問題であった。しかしながら、物理学においては、この時計の遅れの話は直接、観測量とはなっていないため、ほとんど影響はないと考えている。

D.3 相対論的古典力学

Newton 力学をそのキネマティクスだけ相対論化した力学が『相対論的古典力学』と言われる方程式である。ここではその方程式を書かないで置こう。この方程式を書くと、その式が何らかの物理的な意味があるかも知れないと勘違いされる事を恐れるからである。当たり前的事ではあるが、近似された式から元の式を求める事は出来ない。例えば x が充分、小さい正の実数とした時

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \dots \quad (\text{D.17})$$

と近似する事ができる。しかしながら、右辺から左辺を求める事は出来ない。従って、近似された Newton 方程式からその前の量子力学の方程式を導くことは、勿論、不可能である。

D.3.1 速度の定義

古典力学において、質点の速度は座標の時間変化率として定義される。

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} \quad (\text{D.18})$$

ところが特殊相対性理論では質点の速度 \boldsymbol{v} は上記のように定義する事はできない。それは Lorentz 変換の式でわかるように、時間 t と座標 \boldsymbol{r} は常に独立である事に依っている。相対論において質点の速度の定義は

$$\boldsymbol{v} = \frac{\boldsymbol{p}c^2}{E} \quad (\text{D.19})$$

である。非相対論の極限では $E \simeq mc^2$ なので

$$\boldsymbol{v} \simeq \frac{\boldsymbol{p}}{m} \quad (\text{D.20})$$

となり、元に戻っている。この事は相対論においては質点の速度自体が基本的な物理量ではないため、座標の微分をうまく定義する事が出来ていない事を示している。すなわち、相対論的古典力学はそもそも作れていないのである。この事情は量子力学でも同じで、速度は基本的な物理量ではない。

D.3.2 Lorentz Contraction

相対論的古典力学の描像のもとで相対論の変換を議論すると非物理的な事を平気で扱う事になっている。典型的な間違いは Lorentz Contraction (Lorentz 収縮) である。これは運動する慣性系において長さ l の棒を考えると、それは静止系で見ると収縮しているように見えると言う主張である。しかしそれでは見えたからどうなるのかと言う問題は議論されていないし、勿論、観測量に結びつくことはない。

さらに、実際問題としては Lorentz 変換で議論できるのは物体の重心がどう変換されるかと言う事だけである。これは Lorentz 変換は質点の変換であることに依っている。Lorentz 変換によって物質の内部構造がどうなるのかに関する情報は、勿論、わかるはずがないのである。従って、Lorentz Contraction は物理的には議論する意味がないものである。

さらに言えば、物質が有限のサイズを持っていると言う事はミクロに見るとそれが原子の束縛状態になっていると言う事である。所が、相対論的量子場の理論では 2 体問題さえ、厳密に解くことは出来ていない。すなわち、2 体の Dirac 方程式の問題は解けないのである。読者は「水素原子は Dirac 方程式で解かれているのではないか？」と疑問に思うかも知れない。しかしながら、水素原子では陽子が電子と比べて十分に重いため、陽子は動かないと言う仮定をして、1 体の Dirac 方程式に近似しているのである。

D.3.3 高エネルギー重イオン反応

高速で運動する慣性系が静止系に衝突した場合、その衝突現象を記述する方法は存在するのであるか？その具体的な物理現象が高エネルギーの重イオン反応であり、1980年頃、非常に高いエネルギー(核子あたり 1 GeV 程度)の ${}^4\text{He}$ をターゲット原子核に衝突させる破砕実験が行われた。しかしそのデータの解析のための現象論模型構築には重大な問題があった。実験室系における原子核の波動関数が分からないのである。Lorentz 変換は座標系の変換であり、波動関数のような分布を持つ状態関数を変換する事は不可能であった。この場合、Projectile frame に乗った解析の手法を用いれば、入射原子核である ${}^4\text{He}$ 原子核の破砕実験のデータ解析が可能となる。この方法により、原子核の高運動量成分に関する重要な情報が得られることがわかっている。

D.4 2 個の慣性系：相対論の具体例

ここで 2 個の慣性系が関係して物理的な観測量に影響が現われる場合の具体例をあげよう。しかし、相対論は運動学であり、相対論の変換性から何かの力学がわかるわけではなく、運動学以上の情報が得られるわけではない。

D.4.1 大気圏で生成された μ -粒子の寿命

大気圏に突入した宇宙線 (高エネルギー陽子) は大気と衝突して μ -粒子 (質量 $m_\mu = 105.6 \text{ MeV}/c^2$) を生成することがある。 μ -粒子はその寿命 τ_0 として $\tau_0 \simeq 2 \times 10^{-6}$ 秒程度であり、従ってこれは不安定な素粒子である。ここで問題は、この寿命は地上の系で変更を受けるのであろうかと言う事である。これは相対論関連では昔よく議論された問題の一つでもある。この寿命 τ_0 は崩壊幅 Γ により

$$\tau_0 = \frac{\hbar}{\Gamma} \quad (\text{D.21})$$

と書かれている。この場合、崩壊幅 Γ は Lorentz 不変な物理量である。従って、寿命も Lorentz 変換に対して変化する事はない。つまりは地上でもこの μ -粒子の寿命は変わらない。

D.4.2 μ -粒子の走行距離 L

ここで μ -粒子の走行距離を計算しよう。その走行距離 L は Lorentz 変換の式 $x = \gamma(x' + vt')$ より

$$L = \gamma v \tau_0 \quad (\text{D.22})$$

である。ここでエネルギーが 1 GeV の μ -粒子が上空で生成されたとしよう。この時、 $v \simeq c$ であり、また $\gamma \simeq 10.6$ である。従って、この μ -粒子の走行距離 L は

$$L = \gamma v \tau_0 = 10.6 \times 3 \times 10^8 \times 2 \times 10^{-6} \simeq 6.3 \text{ km} \quad (\text{D.23})$$

となり $v\tau_0$ より γ 倍、伸びている。この事より上空で生成された不安定粒子が地上で観測される可能性が充分ある事を確かに示している。

D.4.3 加速器実験

大型の加速器によって生成された高エネルギーの不安定粒子の走行距離は良く知られているように、式 (D.22) によって与えられている。そしてこれは実験的にも確かめられている。

D.4.4 光のドップラー効果

星が地球から速度 v で遠ざかりながら光を放出している場合、これは 2 個の慣性系の問題である。この場合、光は粒子として伝播しているために、これは 2 個の慣性系間の変換となっている。そしてこの変換は単純に Lorentz 変換であり、この光のドップラー効果は Lorentz 変換式によって理解できている。この話の詳細は第 3 章で解説している。

付録E 一般相対性理論の解説

一般相対性理論に関して、簡単なコメントをしておこう。一般相対性理論は計量テンソル $g^{\mu\nu}$ に対する微分方程式である。従ってこれは慣性系の座標系に対する方程式となっている。しかし物理学は座標系を自分で決めてその中で質点の運動を記述して自然界の現象を理解しようとする学問である。このため、その座標系に対する方程式とはどういう意味があるのか、これは物理学としては理解不能である。従って、数学の方程式としては何ら、問題があるわけではないが、Einstein 方程式は物理学の方程式にはなっていない。

E.1 一般相対性理論は重力理論と無関係

それにもかかわらず、一般相対性理論がこれまでかなり多くの人々に受け入れられて来たように思われる。何故であろうか？これにはいくつかの理由があると思うが、その内で最も重要と思われる物理的な理由が一つある。それは Einstein がこの一般相対性理論は重力理論と関係していると主張したからである。そして『ある仮定』を置くと確かに重力と関係づけられるように見えたのである。それは計量テンソル $g^{(00)}$ が重力場 ϕ と

$$g^{(00)} \simeq 1 + 2\phi \quad (\text{E.1})$$

と書かれるとした仮定である。実際には、この仮定が物理的に正当化できないし、完全に間違っている事が分かっている。それは、この計量テンソルは未知変数なのでその形は方程式を解いて始めて決められると言うものであり、その形をあらかじめ決める事は出来ない。さらに、この計量テンソルは座標系の変数であり、これが力学変数である ϕ と結びつくと言う仮定は物理的に無意味なものとなっている。従って、式 (E.1) が方程式として物理的に有意な意味を持つことはない。

E.2 無関係性の一般的証明

また計量テンソルが重力場とは無関係である事の一般的な証明はさらに簡単である。これは Einstein 方程式を吟味すればすぐにわかるものである。Einstein 方程式は

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}R = 8\pi G_0 T^{\mu\nu} \quad (\text{E.2})$$

と書かれている。ここでこの方程式の左辺は Ricci テンソル ($R^{\mu\nu}$) とよばれる量で書かれているが、この Ricci テンソルは計量テンソル $g^{\mu\nu}$ の 2 回微分で書かれている。従って、左辺はすべて計量テンソル $g^{\mu\nu}$ で書かれていて、これが未知変数である。

E.2.1 右辺の計量は誰が決めたか？

まず、問題となるのは Einstein 方程式 (E.2) の右辺の計量はどのように決められたかと言う単純な疑問である。これは恐らくは Minkowski 計量が仮定されているのであろう。従ってこの方程式は右辺にある星の分布関数が決定された場合、それに応じて計量テンソル $g^{\mu\nu}$ の関数形が決まると主張しているものである。

E.2.2 右辺の $T^{\mu\nu}$ はどう計算されたか？

ここで深刻な問題は右辺に現われている物理量 $T^{\mu\nu}$ がどのように計算され、求められているかと言う事である。これは未知変数である計量テンソル $g^{\mu\nu}$ とは無関係である。この星の分布関数は重力場の方程式を解いて決められている。従って、ここではすでに重力場とその運動方程式の存在が仮定されているのである。すなわち、この Einstein 方程式は計量テンソル $g^{\mu\nu}$ が重力とは全く無関係であることをこの式自身が示している。従って、どのように頑張ってみても、一般相対性理論を重力と関係付ける事には無理がある。そのためこの方程式が物理学でどういう役割を果たしているのかは不明である。

E.3 一般相対性理論の自然界への応用はない！

一般相対性理論は重力理論とは全く無関係である事が示されている。このためこれが物理的にどういう意味合いで作られたのか、今となっては分かる術がない。しかし現実問題として、この一般相対性理論が物理学のどの分野においても利用されたり使われたりしていると言う事実はない。従って一般相対性理論が物理学において特に何らかの問題を惹き起こしていると言う事実はない。

E.3.1 重力波の問題

現実問題として、一般相対性理論関係で時に問題を起こしている物理屋が存在する事は事実である。最近では『重力波』のお話がある。『重力波』は理論的には相対性理論と矛盾しているし、実験的は何を測定したのか不明であり、全く無意味な事例である。これは Einstein 方程式が波の方程式に似ているからと言う理由だけで推測されたものであり、物理学とは無関係である。この様な重力波とかブラックホールなど、一般相対性理論がらみで単発的に無意味な主張をしている物理屋がいる事は事実であり、これは確かに問題で何とかしないとイケないであろう。それは彼らが膨大な科学予算と人件費を浪費しているからである。

関連図書

- [1] J.D. Bjorken and S.D. Drell, “Relativistic Quantum Mechanics”, (McGraw-Hill Book Company,1964)
- [2] J.J. Sakurai, ”Advanced Quantum Mechanics”, (Addison-Wesley,1967)
- [3] K. Nishijima, “Fields and Particles”, (W.A. Benjamin, INC, 1969)
- [4] T. Fujita, “Symmetry and Its Breaking in Quantum Field Theory” (Nova Science Publishers, 2011, 2nd edition)
- [5] T. Fujita and N. Kanda, “Fundamental Problems in Quantum Field Theory” (Bentham Publishers, 2013)