1-3 数学の準備

◎ 物理における数学：主に微分・積分と線形代数

数学は物理にとって道具

↓

数学そのものは研究対象ではない

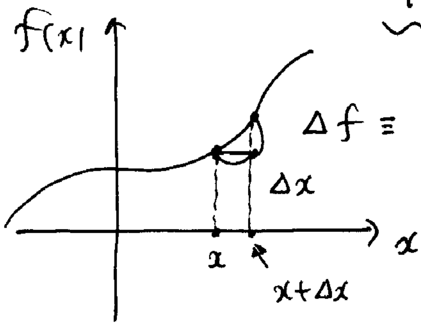
公式を正確に覚える事

↓

使いこなせる

[1] 微分：関数 $f(x)$

微分とは：点 x における傾き

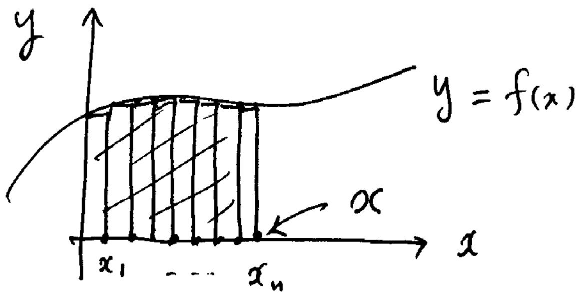


$$\Delta f \equiv f(x+\Delta x) - f(x)$$

$$\boxed{\frac{df}{dx} \equiv \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}}$$

微分係数という

[2] 積分 ⇒ 符号が入った面積の和



(S(x) : 面積)

$$\boxed{\Delta x = \frac{x}{N}} \quad , \quad \boxed{x_n = \Delta x \cdot n}$$

この時、図から あきらかに x が 0 から x までの面積 S は

$$\boxed{S(x) = \lim_{N \to \infty} \sum_{n=1}^{N} \Delta x \cdot f(x_n)}$$

↓

長方形の面積の和

↓

分割を無限に細かくする

↓

正しい面積となる。

S(x) は符号がある

[3] 微分と積分

$$S(x) = \lim_{N\to\infty} \sum_{n=1}^{N} \Delta x \cdot f(x_n)$$ より

$$\boxed{S(x+\Delta x) - S(x) = \Delta x \cdot f(x)}$$

よって $\Delta x \to 0$ $(N\to\infty)$ とすると

$$f(x) = \lim_{\Delta x\to 0} \frac{S(x+\Delta x) - S(x)}{\Delta x} = \frac{dS(x)}{dx}$$

これより

$$\boxed{f(x) = \frac{dS(x)}{dx}}$$ となる。

微分と積分が結びついている

[4] 合成微分の公式：

公式：

$$\boxed{\frac{df(x(t))}{dt} = \frac{df}{dx}\cdot\frac{dx}{dt}}$$

必ず覚える事!!

(証)

$$\frac{\Delta f}{\Delta t} \equiv \frac{f(x(t+\Delta t)) - f(x(t))}{\Delta t} \quad (\Delta t \to 0)$$

ここで $\Delta x \equiv x(t+\Delta t) - x(t)$ と定義する

その時

$$\frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta t} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}\cdot\frac{\Delta x}{\Delta t}$$

ここで $\Delta t \to 0$ とすると $\Delta x \to 0$ だから

$$\boxed{\frac{df(x(t))}{dt} = \frac{df}{dx}\cdot\frac{dx}{dt}}$$

が示された。