

# 4. Hamiltonian & Hamilton 方程式 No. 40

## 4-1 Hamiltonian

Hamiltonian の定義

$$H \equiv p\dot{q} - L$$

$$\begin{cases} p \equiv \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} & (\text{一般化運動量}) \\ L = \frac{1}{2}m\dot{q}^2 - U(q) \end{cases}$$

• 何故 Hamiltonian が保存量か？

↓  $H$  は 保存量 ( $\frac{dH}{dt} = 0$ )

(証明)

$$\begin{aligned} \frac{dH}{dt} &= \frac{d}{dt}(p\dot{q}) - \frac{dL(q, \dot{q})}{dt} \\ &= \frac{dp}{dt}\dot{q} + p\ddot{q} - \left( \frac{\partial L}{\partial q}\dot{q} + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\ddot{q} \right) \\ &= \dot{p}\dot{q} + p\ddot{q} - (\dot{p}\dot{q} + p\ddot{q}) = 0 \end{aligned}$$

∴

$H = \text{定数}$  となる