1-5 ベクトル

$\mathbb{r} = (x, y, z)$ とかいて（まとめて書いた）

$\mathbb{r}$ をベクトルという

◉ このベクトル量に「演算」が定義できる!!

$$\begin{cases} \mathbb{r}_1 = (x_1, y_1, z_1) \\ \mathbb{r}_2 = (x_2, y_2, z_2) \end{cases}$$ とするとき

(a) 内積（スカラー積）

$$\underline{\mathbb{r}_1 \cdot \mathbb{r}_2 \equiv x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}$$

(b) 外積（ベクトル積）

$$\underline{\mathbb{r}_1 \times \mathbb{r}_2 = (y_1 z_2 - z_1 y_2,\ z_1 x_2 - x_1 z_2,\ x_1 y_2 - y_1 x_2)}$$

or

◉ $$\mathbb{r}_1 \times \mathbb{r}_2 = \begin{vmatrix} \mathbb{e}_x & \mathbb{e}_y & \mathbb{e}_z \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = (y_1 z_2 - z_1 y_2)\,\mathbb{e}_x + (z_1 x_2 - x_1 z_2)\,\mathbb{e}_y + (x_1 y_2 - y_1 x_2)\,\mathbb{e}_z$$

//

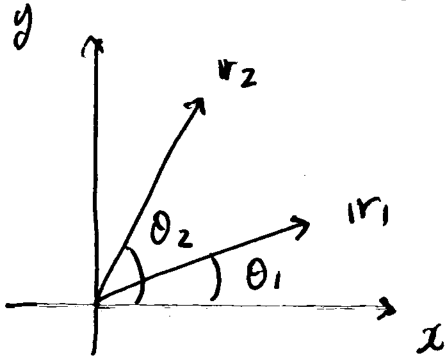
◉ $\mathbb{r}_1 \times \mathbb{r}_2 = -\mathbb{r}_2 \times \mathbb{r}_1$

◎ 内積, 外積の別の表現

座標系を適当に選んで

$$\begin{cases} \mathbb{r}_1 = (a_1, a_2, 0) \\ \mathbb{r}_2 = (b_1, b_2, 0) \end{cases}$$

$x-y$ 平面にする



$$(\theta \equiv \theta_2 - \theta_1)$$

◎ 内積 :

$$\mathbb{r}_1 \cdot \mathbb{r}_2 = a_1 b_1 + a_2 b_2$$
$$= |\mathbb{r}_1||\mathbb{r}_2| [\cos\theta_1 \cos\theta_2 + \sin\theta_1 \sin\theta_2]$$
$$= |\mathbb{r}_1||\mathbb{r}_2| \cos(\theta_1 - \theta_2)$$

$$\therefore \boxed{\mathbb{r}_1 \cdot \mathbb{r}_2 = |\mathbb{r}_1||\mathbb{r}_2| \cos\theta}$$

◎ 外積 :

$$\mathbb{r}_1 \times \mathbb{r}_2 = (0, 0, a_1 b_2 - a_2 b_1)$$
$$= (0, 0, |\mathbb{r}_1||\mathbb{r}_2| \sin\theta)$$

$$\therefore \boxed{|\mathbb{r}_1 \times \mathbb{r}_2| = |\mathbb{r}_1||\mathbb{r}_2| \sin\theta}$$