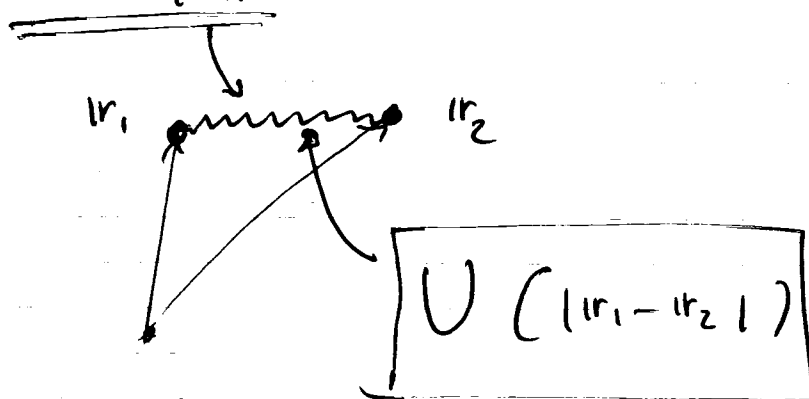


4-2 2体問題

相互作用 \leftrightarrow 力の相互依存性



距離 d の関数

と仮定する

◎ Lagrangian:

$$L = \frac{1}{2} m_1 \dot{r}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{r}_2^2 - U(|r_1 - r_2|)$$

新しい座標の導入

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{重心座標} : R = \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 + m_2} \\ \text{相対座標} : r = r_1 - r_2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_1 = v + \frac{m_2}{M} v \\ v_2 = v - \frac{m_1}{M} v \end{array} \right.$$

$$\text{よって} \quad \left\{ \begin{array}{l} M = m_1 + m_2 \quad \left(\frac{m_1}{M} + \frac{m_2}{M} \right) \\ \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right) \end{array} \right.$$

2013

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m_1 \dot{v}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{v}_2^2 &= \frac{1}{2} m_1 \left(\dot{v}^2 + \frac{2m_2}{M} \dot{v} \cdot \dot{v} + \frac{m_2^2}{M^2} \dot{v}^2 \right) \\ &+ \frac{1}{2} m_2 \left(\dot{v}^2 - \frac{2m_1}{M} \dot{v} \cdot \dot{v} + \frac{m_1^2}{M^2} \dot{v}^2 \right) \\ &= \frac{1}{2} M \dot{v}^2 + \frac{1}{2} \mu \dot{v}^2 \end{aligned}$$

よって

$$L = \frac{1}{2} M \dot{v}^2 + \frac{1}{2} \mu \dot{v}^2 - U(r_1)$$

と 2013

2.2 Lagrange 方程式は

$$R_1 \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{R}} = \frac{\partial L}{\partial R}$$

$$\therefore MR\dot{=} = \text{const (定数)}$$

↑ 重心の運動量は保存的

2.3

$$\mu \ddot{r} = - \frac{\partial U}{\partial r}$$

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad (\text{換算質量}) \quad \text{or}$$

相対運動の質量と見做す

$$[3.1] \quad (a) \quad m_1 = m_2 \quad \text{or} \quad \mu = \frac{1}{2} m_1$$

$$(b) \quad m_1 \gg m_2 \quad \text{or} \quad \mu \approx m_2$$

(1) μ は換算質量

(2) $m_1 \gg m_2$!!