6.4 非調和振動

調和振動子は特別に簡単

$$L = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 - \frac{1}{2} k x^2 \overbrace{- \frac{1}{3} \alpha x^3}^{\text{非調和項}} + \cdots$$

$$\boxed{m \ddot{x} + k x + \alpha x^2 = 0}$$

↓

簡単には解けない!!

↕

$x = A e^{\mu t}$ の手法は使えない

A^2 の項が出てしまう

◎ 摂動論

（α が十分小さいとき）

$\omega_0^2 = \frac{k}{m}$，$\alpha_0 = \frac{\alpha}{m}$ とする

$$\boxed{\ddot{x} + \omega_0^2 x + \alpha_0 x^2 = 0}$$

α_0 が十分小さいとする

$x = x^{(0)} + x^{(1)} + \cdots$ と展開する
（↑十分小さい）

$$(\ddot{x}^{(0)} + \ddot{x}^{(1)}) + \omega_0^2 (x^{(0)} + x^{(1)}) + \alpha_0 (x^{(0)} + x^{(1)})^2 = 0$$

α_0 について［0次］ $\ddot{x}^{(0)} + \omega_0^2 x^{(0)} = 0$

$$\therefore \underline{\underline{x^{(0)} = A\cos(\omega t + \delta)}}$$

［1次］ $\ddot{x}^{(1)} + \omega_0^2 x^{(1)} + \alpha_0 (x^{(0)})^2 = 0$

$$\therefore \ddot{x}^{(1)} + \omega_0^2 x^{(1)} = -\alpha_0 A^2 \cos^2(\omega t + \delta)$$

↳ これは解ける！！