力学講義レポート問題　4/14 (2003)

(提出期限：4月21日 授業終了直後)

1. 次の関数の微分係数 $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$ を求めよ。但し、$\Delta f \equiv f(x+\Delta x) - f(x)$.

   (a) $f(x) = x^n$　　(b) $f(x) = e^x$　　(c) $f(x) = \ln x$　　(d) $f(x) = \sin x$

   ここで、$\ln x$ は $\ln x \equiv \log_e x$ のことである。

   また, 次の公式を使ってよい。

   $$(x+\Delta x)^n = x^n + n(\Delta x)x^{n-1} + \frac{n(n-1)}{2}(\Delta x)^2 x^{n-2} + \ldots$$

   $$e^{\Delta x} = 1 + \Delta x + \frac{1}{2}(\Delta x)^2 + \ldots$$

   $$\ln(x+\Delta x) = \ln x + \frac{\Delta x}{x} - \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \ldots$$

   $$\sin \Delta x = \Delta x - \frac{1}{6}(\Delta x)^3 + \ldots$$

   $$\cos \Delta x = 1 - \frac{1}{2}(\Delta x)^2 + \ldots$$

2. Taylor 展開の公式を用いて次式を示せ。但し、$x << 1$ とする。

   (a) $(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2}x^2 + \ldots$

   (b) $e^x = 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \ldots$

   (c) $\sin x = x - \frac{1}{6}x^3 + \ldots$

   (d) $\cos x = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \ldots$

3. 次の関数の微分係数を求めよ。但し a, b は定数。

   (a) $(ax+b)^n$　　(b) e^{x^2}　　(c) $\ln(ax^3+b)$　　(d) $\sin(\sqrt{x+1})$

4. Euler の公式は　$e^{ix} = \cos x + i \sin x$ である。この両辺を Taylor 展開することにより、Euler の公式を証明せよ。