力学講義レポート問題　4/28 (2003)

(提出期限：5 月 12 日 授業終了直後)

1. 次の微分方程式の一般解を求めよ.

(a) $\dfrac{dy}{dx} = y$　　(b) $\dfrac{dy}{dx} - y = x$

(c) $\dfrac{dy}{dx} + y = e^x$　　(d) $\left(\dfrac{d^2}{dx^2} + 3\dfrac{d}{dx} + 2\right) y = \dfrac{1}{1+e^x}$

2. 微分方程式 $\dfrac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ を以下の手順で解け.

(a) $x = e^{\mu t}$ として代入し, μ を求めよ.

(b) 2 つの解を μ_1, μ_2 とすれば $x = A_1 e^{\mu_1 t} + A_2 e^{\mu_2 t}$ となる. ここで, A_1, A_2 は任意の定数である. Euler の公式 $e^{\pm i\theta} = \cos\theta \pm i\sin\theta$ を用いて, sin, cos の式に書き直せ.

3. $L(x, \dot{x}) = \dfrac{1}{2}m\dot{x}^2 - \dfrac{1}{2}m\omega^2 x^2$ とし, x , $\dot{x}$ は独立とみなし, また t の関数とする.
(注： $\dot{x} \equiv \frac{dx}{dt}$)

(a) $\dfrac{\partial L}{\partial x}$,　$\dfrac{\partial L}{\partial \dot{x}}$ を求めよ.

(b) $\dfrac{d}{dt}\dfrac{\partial L}{\partial \dot{x}}$ を求めよ.

(c) この時, $\dfrac{d}{dt}\dfrac{\partial L}{\partial \dot{x}} = \dfrac{\partial L}{\partial x}$ とする事により, x に対する微分方程式を求めよ.
また, それを $t = 0$ の時 $x = x_0$, $\dot{x} = 0$ とする初期条件のもとで解き,
x を t の関数として求めよ.