

力学講義レポート問題 5/12 (2003)

(提出期限：5月19日 授業終了直後)

1. Newton 方程式 $m\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F}$ は次の座標変換に対してどうなるか？

(a) Galilei 変換

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = y \\ z' = z + vt \end{cases}$$

(b) 加速度系への変換

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = y \\ z' = z + gt^2 \end{cases}$$

(c) Lorentz 変換

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = y \\ z' = \gamma(z + vt) \\ t' = \gamma\left(t + \frac{vz}{c^2}\right) \end{cases}$$

ここで
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}$$

(注：ある座標変換によって微分方程式の「形」が変化するとき、微分方程式はこの座標変換に対して不変でないという。)

2. 1次元の力を $F(x)$ とした時、ポテンシャル $U(x)$ を

$$U(x) = - \int_a^x F(x') dx'$$

により導入する。但し、 a は任意定数。

(a) $\frac{dU(x)}{dx}$ を求めよ。

(b) $\frac{dU(x)}{dt}$ を計算せよ。

(c) 1次元の Newton 方程式 $m\ddot{x} = F(x)$ を1回積分して、

$$\frac{1}{2}m\dot{x}^2 + U(x) = E$$

を示せ。但し、 E は積分定数である。