力学講義レポート問題　6/16 (2003)

(提出期限：6 月 23 日 授業終了直後)

1. $x-y$ 平面において、ある曲線に沿って原点から点 $P(a,b)$ までの距離を $L[y]$ とする時、

$$L[y] = \int_0^a \sqrt{y'^2+1}dx$$

で与えられる。但し、 $y' = \dfrac{dy}{dx}$.

(a) $y = y(x)$ の関数形をほんの少し変える事にし、それを $\delta y(x)$ とする．この時、$\delta y(0) = 0$, $\delta y(a) = 0$ である事を解説せよ．

(b) $\delta L[y] \equiv \int_0^a \left[\sqrt{(y'+\delta y')^2+1} - \sqrt{y'^2+1}\right] dx$ とした時、$\delta L[y] = 0$ より、曲線の形を決定せよ．

2. $y = y(x)$ の関数形が $y = \sum_{k=1}^{N} a_k x^k$ と表せる時を考える．関数 $y = y(x)$ の変分量 $\delta y(x)$ を $\delta y(x) \equiv \sum_{k=1}^{N} \delta a_k x^k$ とした時、変分と微分が交換できる事 $\delta y' = \dfrac{d\delta y}{dx}$ を示せ．ここで、a_k は x によらない定数であり、δa_k は x によらない微小量である．

3. 積分量

$$I[q] = \int_0^\infty \left[\left(\frac{dq}{dt}\right)^2 + q^2\right] dt$$

を最小にする $q = q(t)$ の関数形を決めよ．但し、 $q(0) = 1$, $q(\infty) = 0$ とする．