

# 力学講義レポート問題 6/2 (2003)

(提出期限：6月9日 授業終了直後)

1. 一般座標  $(q_1, q_2, q_3)$  は一般的にはデカルト座標  $(x, y, z)$  の複雑な関数になっている。

$$\begin{cases} x = x(q_1, q_2, q_3) \\ y = y(q_1, q_2, q_3) \\ z = z(q_1, q_2, q_3) \end{cases}$$

- (a) この時、

$$\dot{x} = \sum_{k=1}^3 \frac{\partial x}{\partial q_k} \dot{q}_k, \quad \dot{y} = \sum_{k=1}^3 \frac{\partial y}{\partial q_k} \dot{q}_k, \quad \dot{z} = \sum_{k=1}^3 \frac{\partial z}{\partial q_k} \dot{q}_k$$

を示せ。

- (b) また、次の式を示せ。

$$\frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{q}_k} = \frac{\partial x}{\partial q_k}, \quad \frac{\partial \dot{y}}{\partial \dot{q}_k} = \frac{\partial y}{\partial q_k}, \quad \frac{\partial \dot{z}}{\partial \dot{q}_k} = \frac{\partial z}{\partial q_k}$$

- (c) 一般座標  $(q_1, q_2, q_3)$  を極座標  $(r, \theta, \varphi)$  と選んだ時、

$$\frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{r}} = \frac{\partial x}{\partial r}, \quad \frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{\theta}} = \frac{\partial x}{\partial \theta}, \quad \frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{\varphi}} = \frac{\partial x}{\partial \varphi}$$

が成立する事を  $x = r \sin \theta \cos \varphi$  を実際に計算する事によって示せ。

2.  $x$  を一般座標  $q_1, q_2, q_3$  の関数として  $x = x(q_1, q_2, q_3)$  とする時、次式を示せ。

$$\ddot{x} \frac{\partial x}{\partial q_k} = \frac{d}{dt} \left( \dot{x} \frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{q}_k} \right) - \dot{x} \frac{\partial \dot{x}}{\partial q_k}$$

3. Lagrangian の問題：

- (a) 質量  $m$  の質点の運動エネルギー  $T = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)$  を極座標であらわせ。

- (b) Lagrange 方程式より、極座標における加速度を求めよ。