

力学講義レポート問題 6/30 (2003)

(提出期限: 7月14日 授業終了直後)

1. 単振子の運動を考える. 質量を m とし, 糸の長さを l とする. 糸が y 軸となす角度を θ とする.

(a) この振り子の座標を (x, y) とする. 但し, y 軸は下向きに取る. この時, 運動エネルギー T を (x, y) 座標で表せ.

(b) この振り子のポテンシャル U を書け.

(c) この振り子の Lagrangian を θ で表わせ.

(d) この振り子の θ に対する Lagrange 方程式より, 運動方程式を求めよ.

(e) 微小振動の場合 ($\sin \theta \approx \theta$, $\cos \theta \approx 1$), 運動方程式を初期条件

($t=0$ で $\theta=0$, $\dot{\theta}=\omega\theta_0$ 但し, $\omega=\sqrt{\frac{g}{l}}$) で解け.

2. 2重振り子の運動を考える. それぞれの振り子の質量を m とし, 糸の長さを l とする. また, それぞれの糸が y 軸となす角度を θ_1, θ_2 とする.

(a) この2重振り子の座標を $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ とする. 但し, y 軸は下向きに取る. この時, 運動エネルギー T を $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 座標で表せ.

(b) この2重振り子のポテンシャル U を書け.

(c) この2重振り子の Lagrangian を θ_1, θ_2 で表わせ.

(d) この2重振り子の Lagrange 方程式より, 運動方程式を求めよ.

(e) 微小振動の場合 ($\sin \theta_1 \approx \theta_1$, $\cos \theta_1 \approx 1$, $\sin \theta_2 \approx \theta_2$, $\cos \theta_2 \approx 1$), 2重振り子の運動を議論せよ.

1. 質量 m の粒子を考える.

(a) この粒子の運動エネルギー T を円筒座標 (r, φ, z) で表せ.

(b) この粒子の Lagrange 方程式は

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{r}} = \frac{\partial L}{\partial r}, \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = \frac{\partial L}{\partial \varphi}, \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} = \frac{\partial L}{\partial z}$$

である. この粒子が自由粒子のとき, その加速度を求めよ.

(c) ポテンシャルが r のみの関数である時 ($U = U(r)$), 何が保存量となるか?