

力学講義レポート問題 7/7 (2003)

(提出期限：7月14日 授業終了直後)

1. 相互作用 U が質点間の距離のみによっている3体系の Lagrangian は

$$L = \frac{1}{2}(m_1\dot{\mathbf{r}}_1^2 + m_2\dot{\mathbf{r}}_2^2 + m_3\dot{\mathbf{r}}_3^2) - U(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) - U(|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3|) - U(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3|)$$

で与えられる。

- (a) Lagrange 方程式より、それぞれの粒子の運動方程式を書き下せ。
(b) この時、全運動量 $\mathbf{P} = m_1\dot{\mathbf{r}}_1 + m_2\dot{\mathbf{r}}_2 + m_3\dot{\mathbf{r}}_3$ は保存する事を示せ。

2. 1自由度 q の Lagrangian L を考える。

- (a) Lagrangian L が時間 t に Explicit (陽) にはよらないとする。すなわち、 $L = L(q, \dot{q})$ 。
この時、エネルギーが保存する事を示せ。但し、運動エネルギー T は \dot{q} の2次式であるとする。すなわち、 $T = f(q)\dot{q}^2$ 。
(b) Lagrangian L が時間 t に Explicit によっているとする。すなわち、 $L = L(q, \dot{q}, t)$ 。
この時、エネルギー保存はどのように壊れているか？