# [レポート問題] 6/16 (略解)



1. (a) 関数の形をかえるのが $\delta y$.
従って、端はとめておかないと定義できない。

すなわち $\underline{\delta y(0) = \delta y(a) = 0}$

(b) $\delta y'$ は十分小さいので

$$\delta L[y] = \int_0^a \left(\sqrt{y'^2 + 2y'\delta y' + (\delta y')^2 + 1} - \sqrt{y'^2+1}\right) dx$$

$$= \int_0^a \left\{\sqrt{y'^2+1}\left(1 + \frac{y'\delta y'}{y'^2+1} + \cdots\right) - \sqrt{y'^2+1}\right\} dx$$

$$= \int_0^a \frac{y'\delta y'}{\sqrt{y'^2+1}}\, dx$$

$\delta y' = \frac{d}{dx}\delta y$ より部分積分して

$$\delta L[y] = \underbrace{\left[\frac{y'\delta y}{\sqrt{y'^2+1}}\right]_0^a}_{=0} - \int_0^a \left[\frac{d}{dx}\left(\frac{y'}{\sqrt{y'^2+1}}\right)\right]\delta y\, dx = 0$$

よって $\quad \frac{d}{dx}\left(\frac{y'}{\sqrt{y'^2+1}}\right) = 0$

すなわち $\quad \frac{y'}{\sqrt{y'^2+1}} = $ 定数. これより

$y' = C$ となる.

これは $\underline{y = Cx + D}$ の直線(原点は通るので $\underline{D=0}$)

2. $y = \sum_{k=1}^{N} a_k x^k$ , $y' = \sum_{k=1}^{N} a_k \cdot k x^{k-1}$

$\delta y = \sum_{k=1}^{N} (\delta a_k) x^k$ , $\delta y' = \sum_{k=1}^{N} (\delta a_k) k x^{k-1}$

$$\frac{d\,\delta y}{dx} = \sum_{k=1}^{N} (\delta a_k) k x^{k-1} = \delta y' \quad //$$

3. $I[q] = \int_0^\infty (\dot{q}^2 + q^2)\,dt$

$$\delta I = \int_0^\infty (2\dot{q}\delta\dot{q} + 2q\delta q)\,dt$$

$\delta\dot{q} = \frac{d}{dt}\delta q$ に注意に部分積分すると

$$\delta I = \underset{\underset{0}{\parallel}}{\left[2\dot{q}\delta q\right]_0^\infty} + \int_0^\infty \left[-2\ddot{q}\delta q + 2q\delta q\right] dt = 0$$

$$\therefore \quad \underline{\ddot{q} - q = 0}$$

この解は $q = Ae^t + Be^{-t}$ となる

ここで $q(0) = 1$, $q(\infty) = 0$ より

$$A = 0, \quad B = 1$$

$$\therefore \quad \underline{q(t) = e^{-t}}$$