3-3 スピンとPauli行列

電子はスピン（自由度）をもつ

スピンとは ： 自転か？

{ 角運動量と同じ
{ しかし空間回転ではない

↓

Dirac方程式

・スピン空間

{ 通常の空間 $\psi_{nlm}(r)$
{ スピン空間 $\chi_{m_s} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

↓

全波動関数は

$$\psi_{nlm}(r) \otimes \chi_{m_s}$$

↑ 直積（そのままかけただけ）

⇓

$$= \begin{pmatrix} a \;\psi_{nlm}(r) \\ b \;\psi_{nlm}(r) \end{pmatrix}$$

$\boxed{\text{スピノルという}}$

- Pauli 行列

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- スピンオペレータ : $\boxed{S = \frac{\hbar}{2}\sigma}$ と書ける

[交換関係]

$$[S_x, S_y] = i\hbar S_z$$

(あとはサイクリック)

- $S^2 = S_x^2 + S_y^2 + S_z^2 = \frac{3}{4}\hbar^2$ (単位行列)

よって $[S^2, S_x] = 0$ が成立つ.

- スピン固有関数 : $u = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \ v = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} S^2 u = \frac{3}{4}\hbar^2 u \\ S_z u = \frac{1}{2}\hbar u \end{cases}, \quad \begin{cases} S^2 v = \frac{3}{4}\hbar^2 v \\ S_z v = -\frac{1}{2}\hbar v \end{cases}$$

- スピン S とは? (電子のスピンは $\frac{1}{2}$)

$$S^2 \psi = \hbar^2 s(s+1)\psi$$

この S をスピンという.