7. Dirac方程式

7-1 相対論的方程式

- 電子の運動：速度 v → 速いとは何と比べてか？

基準は <u>光速 c</u>

(i) $v \ll c$ → 非相対論的（遅い）

(ii) $v \lesssim c$ → 相対論的（速い）

[速度の定義]：$\dfrac{v}{c} = \dfrac{pc}{E} = \dfrac{pc}{\sqrt{(mc^2)^2 + (pc)^2}}$

- 分散関係式：

$$\begin{cases} E = \dfrac{p^2}{2m} & \text{（非相対論）} \\ E = \sqrt{m^2 + p^2} & \text{（相対論）} \end{cases}$$

但し $\boxed{\begin{matrix} \hbar = 1 \\ c = 1 \end{matrix}}$ とする。

・第1量子化：
$$\begin{cases} \hat{E} \Rightarrow i\hbar \dfrac{\partial}{\partial t} \\ \hat{\mathbb{P}} \Rightarrow -i\hbar \nabla \end{cases}$$
と仮定する

(i)
$$E = \frac{\mathbb{P}^2}{2m} \Rightarrow \underline{i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 \psi}$$
(Schrödinger 方程式)

(ii)
$$E^2 = m^2 + \mathbb{P}^2$$
($c=1$ としている)
$$\Rightarrow \underline{-\hbar^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = (m^2 - \hbar^2 \nabla^2)\psi}$$
(Klein-Gordon 方程式)

↓

この自由度は 1

スピンの記述は不可能