量子力学 III 試験問題 (2013.11.5)

学生番号 ________　　氏名 ______________

1. ハミルトニアン $H = H_0 + H'$ の系を考える．ここで，H_0 の固有値と固有関数はわかっているものとする ($H_0 u_n = E_n u_n$，$< u_m|u_n >= \delta_{mn}$)．また，H' を摂動として扱う．

   (a) １次の摂動波動関数 Ψ_1 を u_n で $\Psi_1 = \sum_n c_n^{(1)} u_n$ と展開することにより，基底状態に対する１次の摂動エネルギー $E^{(1)}$ と展開係数 $c_n^{(1)}$ を求めよ．

   (b) 基底状態に対する２次の摂動エネルギー $E^{(2)}$ は

   $$E^{(2)} = \sum_{n\neq 0} \frac{|< u_n|H'|u_0 >|^2}{E_0 - E_n}$$

   と求まる事を示せ．

   （注）　$H = H_0 + \lambda H'$ として，$H\Psi = E\Psi$ の E, Ψ を λ のベキで展開する．
   $E = E^{(0)} + \lambda E^{(1)} + \lambda^2 E^{(2)} + \cdots$，　$\Psi = \Psi_0 + \lambda\Psi_1 + \lambda^2\Psi_2 + \cdots$
   とそれぞれの λ のベキを比較して方程式を求める．

2. 時間依存のハミルトニアン $H = H_0 + H'(t)$ の系を考える．$\hbar = 1$，$c = 1$ としている．

   (a) 時間依存の波動関数 $\Psi(t)$ を $\Psi(t) = \sum_n c_n(t) e^{-iE_n t} u_n$ と展開する時，$c_n(t)$ に対する方程式が

   $$\frac{dc_m(t)}{dt} = -i \sum_n H'_{mn} c_n(t) e^{i\omega_{mn} t}$$

   となる事を示せ。
   但し，$H'_{mn} =< u_m|H'|u_n >$ 及び $\omega_{mn} = E_m - E_n$.

   (b) $c_m(t)$ に対する積分方程式を求めよ。