No.

Date

1-4 波動関数

- 時間に依存するSchrödinger方程式

(自由粒子，1次元)

$$\boxed{i\hbar \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2}}$$

この微分方程式は変数分離型である

$$\psi(x,t) = \chi(t)\phi(x)$$ とおくと

$$i\hbar \frac{d\chi(t)}{dt}\phi = -\frac{\hbar^2}{2m}\chi(t)\frac{d^2\phi(x)}{dx^2}$$

この式の辺々を $\chi(t)\phi(x)$ で割算すると

xのみの関数

$$\underbrace{\frac{i\hbar \frac{d\chi(t)}{dt}}{\chi(t)}}_{t\text{のみの関数}} = \overbrace{-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{1}{\phi(x)}\frac{d^2\phi(x)}{dx^2}} = E$$

tのみの関数

この式をEとおく　Eは定数

これより

(a) 時間の方：

$$i\hbar \frac{d\chi(t)}{dt} = E\chi(t)$$

よって

$$\underline{\chi(t) = \chi_0 e^{-\frac{i}{\hbar}Et}}$$

(但し χ_0 は定数)

(b) 空間の方：

$$\underline{-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} = E\phi(x)}$$

↓

これが時間によらない

Schrödinger 方程式

(但し，自由粒子)

◎ 何故『波』なのか？

↓ 微分方程式の解の形が波

$$\psi(x,t) = e^{-\frac{i}{\hbar}Et}\phi(x)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} = E\phi(x) \quad \text{であった.}$$

この解は $\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{L}} e^{ikx}$, 但し $k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$

これより

$$\psi(x,t) = \frac{1}{\sqrt{L}} e^{ikx - \frac{i}{\hbar}Et}$$

ここで $E \equiv \hbar\omega$ とすれば

$$\psi(x,t) = \frac{1}{\sqrt{L}} e^{i(kx-\omega t)}$$

となり

これは波そのもの.

［波は $A(x,t) = A_0 \sin\left(\omega t - \frac{x}{\lambda}\right)$］

であった.