

5-1-1

パリティ

7

パリティ オペレータ $\hat{P}$ と

$$\hat{P} \psi(x) = \psi(-x)$$

と定義する

この時、 $\hat{P}$ の固有値は $\boxed{\pm 1}$ である(証) $\hat{P}$ の固有値 α なる固有関数 ϕ $\phi(x)$ とする。この時

$$\hat{P} \phi(x) = \alpha \phi(x)$$

が成り立つ

 $\hat{P}^2$ とする

$$\hat{P}^2 \phi(x) = \alpha \hat{P} \phi(x) = \alpha^2 \phi(x)$$

また元の定義式 $\hat{P} \phi(x) = \phi(-x)$ より

$$\hat{P}^2 \phi(x) = \hat{P} \phi(-x) = \phi(x)$$

よって

$$\alpha^2 = 1$$

よって

$$\boxed{\alpha = \pm 1}$$

が成り立つ

[1341] 調和振動子 9/12/2017 = 9/12 ✓

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} \hat{p}^2 + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$$

$$(\text{ここで } \hat{p} \equiv -i\hbar \frac{\partial}{\partial x})$$

このとき 180° 回転 変換 $\hat{P}$ (2x2)

$$\hat{H}' = \hat{P} \hat{H} \hat{P}^{-1} = \hat{H}(-x) = \hat{H}$$

$\alpha, 2$

$$\boxed{\hat{P} \hat{H} = \hat{H} \hat{P}}$$

従って $\hat{H}$ と $\hat{P}$ は 同時固有関数となる。

(定義)

$$\left\{ \begin{array}{ll} +180^\circ \text{ 回転} : & \psi_+(x) = \psi_+(-x) \quad \text{偶関数} \\ -180^\circ \text{ 回転} : & \psi_-(x) = -\psi_-(-x) \quad \text{奇関数} \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} \hat{P} \psi_+(x) = \psi_+(x) & \text{対称} \\ \hat{P} \psi_-(x) = -\psi_-(x) & \text{反対称} \end{cases}$$

つまり

$$\text{対称} : \psi_+(x) = \psi_+(-x)$$

$$\text{反対称} : \psi_-(x) = -\psi_-(-x)$$

調和振動子の波動関数 :

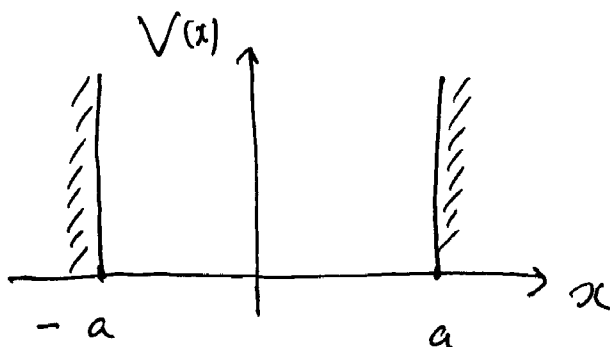
$$\left\{ \begin{array}{l} 1. \quad n=0, 2, 4, \dots \\ \text{対称な波動関数} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2. \quad n=1, 3, 5, \dots \\ \text{反対称な波動関数} \end{array} \right.$$

である

[例2] 無限の深さのポテンシャル

$$V(x) = \begin{cases} 0 & |x| < a \\ \infty & |x| > a \end{cases}$$



$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x)$$

∴ ハミルトニアン $\hat{H}$ は $\hat{P}$ により $\hat{H} = \hat{P} \hat{H} \hat{P}^{-1} = H$ に変換

● 固有関数はハミルトニアンの固有関数である。

$$[\text{区間}] \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} = E \psi \quad |x| < a$$

$$k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad \text{と} \quad \frac{d^2 \psi}{dx^2} + k^2 \psi = 0$$

$$\therefore \psi(x) = A \sin kx + B \cos kx$$

$$\psi(\pm a) = 0 \quad \therefore A=0 \quad \text{か} \quad B=0$$

$$\begin{cases} \psi_+(x) = B \cos kx \\ \psi_-(x) = A \sin kx \end{cases} \quad \text{ハミルトニアンの固有関数}$$