

[物理的観測量は実数]



固有値は観測量

- エッセー オペレータの固有値は実数



物理において オペレータはエッセー

$$\hat{A} = \hat{A}^{\dagger}$$

(証明) $\hat{A}\psi = a\psi$ である.

$$\langle \psi | \hat{A} \psi \rangle = \langle \psi | a \psi \rangle = a \langle \psi | \psi \rangle$$

→ $\hat{A}$ はエッセーである

$$\begin{aligned} \langle \psi | \hat{A} \psi \rangle &= \langle \hat{A}^{\dagger} \psi | \psi \rangle = \langle A \psi | \psi \rangle \\ &= a^* \langle \psi | \psi \rangle = a^* \langle \psi | \psi \rangle \end{aligned}$$

これより

$$a = a^*$$

a は実数である.

- 運動量 オペレータ (2次元)

$$\underline{\hat{p} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}}$$

$$(記) \quad \langle \psi | \hat{p} \psi \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^+(x) \left(-i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) dx$$

$$= -i\hbar \left[\psi^+ \psi \right]_{-\infty}^{\infty} + i\hbar \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \psi^+}{\partial x} \psi(x) dx$$

2次元境界条件 $\boxed{\psi(\pm\infty) = 0}$ を仮定すると

$$\text{この時} \quad \langle \psi | \hat{p} \psi \rangle = i\hbar \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \psi^+}{\partial x} \psi(x) dx$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \left(-i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^+ \psi(x) dx$$

$$= \langle \hat{p} \psi | \psi \rangle$$

よって $\hat{p}$ は 2次元 オペレータ である。