

## 7-3 スピンと Pauli 行列

49

## 7-3-1 電子のスピン

・ スピン とは何か？



自転

(電子は点)  $\Rightarrow$  点の自転?

スピン: 電子のもっている自由度、性質



4次元空間 (空間3次元 + 時間1次元) の回転



相対論の効果 である

① スピン オペレータ  $\hat{S}$

$$\hat{S} = \frac{\hbar}{2} \sigma$$

と定義する.

( $\sigma$  は  $\hat{L}$  に対応する)

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \sigma = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$$

[ Pauli 行列 ]

2の場合

$$\begin{cases} [S_x, S_y] = i\hbar S_z \\ [S_y, S_z] = i\hbar S_x \\ [S_z, S_x] = i\hbar S_y \end{cases}$$

成立する.

(角運動量と同じ交換関係)

## ① スピンオペレータの固有関数

50

1 粒子の場合

$$S^2 = \frac{3}{4} \hbar^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \frac{3}{4} \hbar^2$$

$$[S^2, S_z] = 0 \quad \text{より}$$

 $S^2, S_z$  の同時固有関数が存在する

$$\begin{aligned} S^2 \chi_m &= \lambda \chi_m \\ S_z \chi_m &= m \hbar \chi_m \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \quad \chi_{\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi_{-\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{と選ぶ。}$$

$$\text{この時:} \quad \begin{cases} S_z \chi_{\frac{1}{2}} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{\hbar}{2} \chi_{\frac{1}{2}} \\ S_z \chi_{-\frac{1}{2}} = -\frac{\hbar}{2} \chi_{-\frac{1}{2}} \end{cases}$$

$$S^2 \chi_m = \frac{3}{4} \hbar^2 \chi_m$$

$$\textcircled{3} \quad S^2 \chi_m = \hbar^2 s(s+1) \chi_m \quad \text{とすると}$$

$$\boxed{S = \frac{1}{2}} \quad \text{と決まる。}$$

$$\left[ \hbar^2 s(s+1) = \frac{3}{4} \hbar^2 \quad \text{より} \right]$$



$$\text{電子の } s \text{ 値 } s \text{ (が } \boxed{S = \frac{1}{2}} \text{)}$$