

8-2-5 原子中固有値と運動関数

$$\underline{EZ - l - 1 - n_0 = 0}$$

$$2222 \quad \underline{n = n_0 + l + 1} \quad \text{とある}$$

$$E = \sqrt{\frac{m e^4}{2 \hbar^2 |E|}} \quad \text{ある}$$

$$\underline{EZ = n}$$

$$\therefore \boxed{E = - \frac{m e^4}{2 \hbar^2 n^2}} \quad \text{とある}$$

$$\text{但し: } \begin{cases} n_0 = 0, 1, 2, \dots \\ l = 0, 1, 2, \dots \end{cases} \quad \text{ある}$$

$$\boxed{n = 1, 2, \dots}$$

$$n_0 = n - l - 1 \geq 0 \quad \text{ある}$$

$$\boxed{l \leq n - 1}$$

$$\text{ある, 7} \quad \begin{cases} n=1 & \text{ある} & l=0 \\ n=2 & \text{"} & l=0, 1 \\ n=3 & \text{"} & l=0, 1, 2 \end{cases} \quad \text{ある}$$

[基底状態]

$$n=1$$

が基底状態のエネルギーの状態

2つと

$$l=0$$

s-状態

これを

$$1s$$

状態と記述する

● 水素原子のエネルギー ($z=1$)

$$E_{1s} = -\frac{me^4}{2\hbar^2} = -\frac{1}{2}(mc^2) \cdot \left(\frac{e^2}{\hbar c}\right)^2$$

$$\text{つまり } \alpha \equiv \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137} : \text{微細構造定数}$$

~~~~~  
といふ  
~~~~~

$$mc^2 = 0.51 \text{ MeV} \text{ より}$$

$$E_{1s} = -\frac{1}{2} \cdot 0.51 \text{ (MeV)} \left(\frac{1}{137}\right)^2 = \underline{\underline{-13.6 \text{ eV}}}$$



このエネルギー (水素原子の基底状態の電子と
比べて) 返して自由電子にするために必要な
エネルギーである

イオン化エネルギー といふ ← 電子をとって
イオンにする

[基底状態の波動関数]

1S 状態 $[n=1, l=0, m=0]$

$$\begin{cases} \psi_{1s}(r) = R_{1s}(r) \cdot \frac{1}{\sqrt{4\pi}} & (Y_{00} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}) \\ R_{1s}(r) = \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} 2 e^{-\frac{Z}{a_0}r} \end{cases}$$

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{m e^2} \approx 0.53 \times 10^{-8} \text{ cm}$$

↑
[Bohr 半径 r_B]

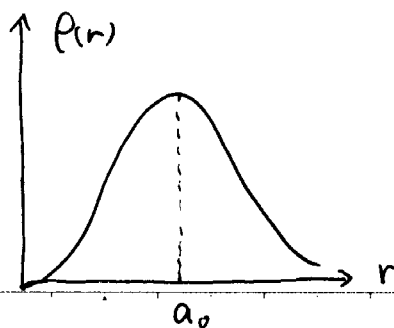
• 規格化 :

$$\int |\psi(r)|^2 d^3r = 1$$

$$\int_0^\infty |R_{1s}(r)|^2 \frac{1}{4\pi} \cdot r^2 \sin\theta d\theta d\phi = 1$$

• 確率密度

$$P(r) = |R_{1s}(r)|^2 r^2$$



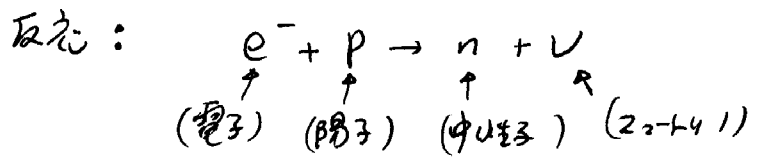
[水素原子の安定性]

量子力学 : 最低エネルギー状態の存在



基底状態は安定

① Question : 電子と陽子に吸収されるのか?



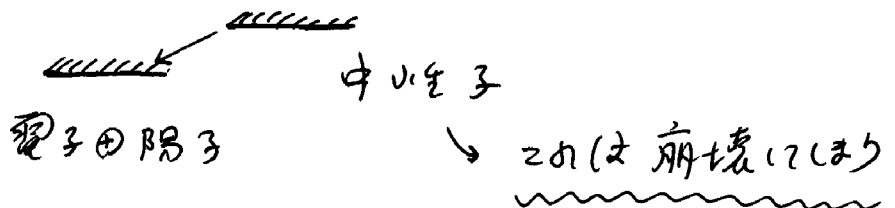
この反応自体は可能.

しかし水素原子の場合はエネルギー的に

不可能



陽子より中性子の方が質量が重い



[励起状態の波動関数]

励起状態 (水素原子)

$$\boxed{n=2} \quad \left\{ \begin{array}{l} 2s\text{-状態} \quad (n=2, l=0) \\ 2p\text{-状態} \quad (n=2, l=1) \end{array} \right.$$

① 2s-状態 :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{2s}(r) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \left(2 - \frac{Z}{a_0}r\right) e^{-\frac{Z}{2a_0}r} \\ Y_{00} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \end{array} \right.$$

② 2p-状態 :

$$R_{2p}(r) = \left(\frac{Z}{2a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{Zr}{\sqrt{3}a_0}\right) e^{-\frac{Z}{2a_0}r}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Y_{1,1}(\theta, \varphi) = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin\theta e^{i\varphi} \\ Y_{1,0}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos\theta \\ Y_{1,-1}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin\theta e^{-i\varphi} \end{array} \right.$$

【コメット】

スピン

78

水素原子 1s 状態 2つの状態がある

電子はスピン $\pm \frac{1}{2}$ がある

$$1s \Rightarrow 1s_{1/2} \quad \text{とある}$$

$$\text{この } \boxed{\frac{1}{2}} \text{ は}$$

$$J = L + S \quad \text{の } J \text{ の値}$$

$$n=1 \quad 1s_{1/2}$$

$$n=2 \quad \left\{ \begin{array}{l} 2s_{1/2} \\ 2p_{1/2} \\ 2p_{3/2} \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} j = \frac{1}{2} \\ j = \frac{1}{2} \\ j = \frac{3}{2} \end{array} \right\}$$

Dirac の式で

$$(\text{Zeeman 効果}) \leftarrow \begin{array}{c} \text{--- } 2p_{3/2} \\ \text{--- } 2s_{1/2}, 2p_{1/2} \end{array}$$

$$\text{--- } 1s_{1/2}$$

 $2s_{1/2} \text{ と } 2p_{1/2} \text{ の状態はよく似たエネルギー} \Rightarrow \text{Lamb 効果}$