

8-4 Zeeman 効果

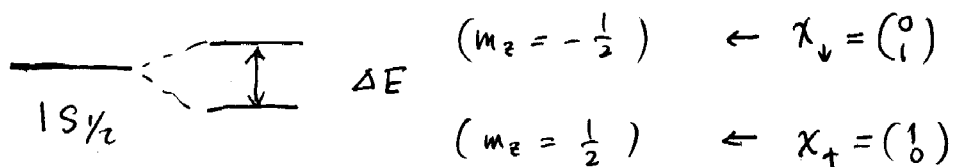
81

水素原子の基底状態 : 電子 (2 1s-状態)

$$(n=1, l=0)$$

ここに磁場 H が加わると

2つの状態に分かれた



$$1s_{1/2} \quad \Delta E \quad \begin{matrix} (m_z = -\frac{1}{2}) & \leftarrow \chi_{\downarrow} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ (m_z = \frac{1}{2}) & \leftarrow \chi_{\uparrow} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

【縮退】 : 電子が同じエネルギー状態にあるとき
その状態は 縮退 している
(degenerate)

$$(134) \quad 1s_{1/2} : m_z = \pm \frac{1}{2} \quad (2)$$

同じエネルギー状態

(2重縮退)

- Zeeman 効果 : この問題を解く力は?

$$H' = -\mu \cdot H$$

$\nearrow$ (電子の磁気モーメント) $\nwarrow$ (磁場)

$$\mu = \frac{e\hbar}{2mc} \sigma$$

$\uparrow$

Pauli 行列 (2x2)

$$(\sigma = \frac{1}{2} \sigma)$$

$$\Delta E^{(1)} = \langle \chi_{m_z} | H' | \chi_{m_z} \rangle$$

$$= - \frac{e\hbar H}{mc} m_z \quad (m_z = \pm \frac{1}{2})$$

$$(1 \text{ 次元}, H = (0, 0, H) \text{ 方向})$$

H' 相互作用によるエネルギーの分裂

$$\boxed{\text{Zeeman 効果}}$$

エネルギー

• Zeeman 効果の式の導出

(軌道角運動量の場合)

電子と電磁場の相互作用の Lagrangian

$$L = \frac{1}{2} m \dot{\mathbf{r}}^2 + \frac{e}{c} \mathbf{A} \cdot \dot{\mathbf{r}} - e\phi$$

(4-2-7 参照)

この場合の Hamiltonian H は

$$H = \mathbf{p} \cdot \dot{\mathbf{r}} - L \quad \left(\text{ただし, } \mathbf{p} = \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{r}}} \right)$$

$$\therefore \hat{H} = \frac{1}{2m} \left(\hat{\mathbf{p}} - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2 + e\phi, \quad \phi = -\frac{e}{r}$$

一様磁場 H_0 のとき $\mathbf{A} = \frac{1}{2} H_0 \times \mathbf{r}$

よって

$$H = \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} - \frac{e}{2mc} (\hat{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{p}}) + \frac{e^2}{2mc^2} A^2 - \frac{e}{r}$$

($\hat{\mathbf{p}} = -i\hbar \nabla$)

$$H' = -\frac{e}{2mc} (\hat{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{p}}) = -\frac{e}{2mc} \left[\frac{1}{2} \hat{\mathbf{p}} \cdot H_0 \times \mathbf{r} + \frac{1}{2} H_0 \times \mathbf{r} \cdot \hat{\mathbf{p}} \right]$$

$$\therefore \boxed{H' = -\frac{e}{2mc} \hat{\mathbf{L}} \cdot H_0}$$

$$\left(\hat{\mathbf{L}} = \mathbf{r} \times \hat{\mathbf{p}} \right)$$