No.
Date

8-3 スピンとPauli行列

8-3-1 電子のスピン

- スピンとは何か？

$\downarrow$

$\boxed{\text{自転}}$ しかし 電子は点

$\downarrow$

点の自転はありえない

- スピン：電子のもっている自由度，性質
  相対論的効果である
  Dirac方程式により理解できる

- スピンオペレータ S

$$\boxed{S = \frac{\hbar}{2}\sigma}$$ と定義．

σ は Pauli行列 ：$\sigma = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- 交換関係式 ：（角運動量と全く同じ式）

$$\begin{cases} [S_x, S_y] = i\hbar S_z \\ [S_y, S_z] = i\hbar S_x \\ [S_z, S_x] = i\hbar S_y \end{cases}$$

No.
Date

【スピンオペレータの固有関数】

1粒子：　$S^2 = \frac{3}{4}\hbar^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \frac{3}{4}\hbar^2$

より　$[S^2, S_z] = 0$

S^2, S_z の同時固有関数が作れる

$$\boxed{\begin{aligned} S^2 \chi_m &= \lambda \chi_m \\ S_z \chi_m &= m\hbar \chi_m \end{aligned}}$$

• $\chi_{\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\chi_{-\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ と選ぶ

この時　$$\boxed{\begin{aligned} S_z \chi_{\frac{1}{2}} &= \frac{1}{2}\hbar \chi_{\frac{1}{2}} \\ S_z \chi_{-\frac{1}{2}} &= -\frac{1}{2}\hbar \chi_{-\frac{1}{2}} \end{aligned}}$$

$$S^2 \chi_m = \frac{3}{4}\hbar^2 \chi_m$$
$$= \hbar^2 s(s+1) \chi_m$$ より

$\boxed{s = \frac{1}{2}}$ である

• 電子のスピンは $\frac{1}{2}$　$\left(s = \frac{1}{2}\right)$