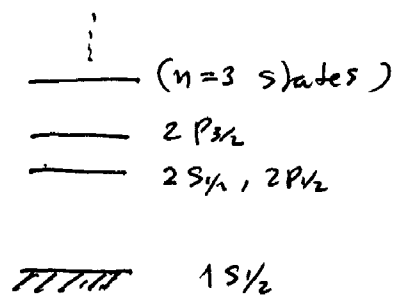
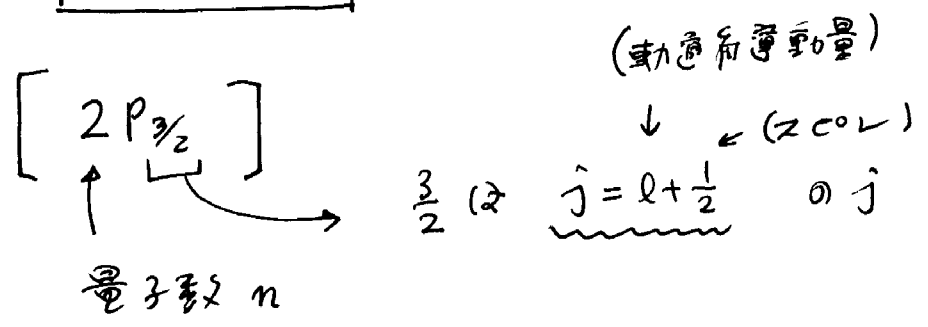


9-5 Z e²・軌道相互作用 83

水素原子の Z e² 軌道相互作用 【主眼】



$$\mathbf{j = l + s}$$



$\odot 2P_{3/2}$ の $\frac{3}{2}$ $l=1$
 $\underline{\underline{j = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}}}$

【 Schrödinger 方程式の場合 】

Z e² 軌道相互作用 (Z e²) 有る E_n は

$$E_n = - \frac{m (Z e^2)^2}{2 \hbar^2 n^2}$$

では、
Z e² 軌道相互作用は $\frac{3}{2} \hbar^2 n^2$!!

[実験]

$2P_{3/2}$ の方が上 (2あり)



[$2e^0v$ - 軌道相対作用]

$$V_{ls}(r) = - \frac{1}{2m^2 r} \cdot \frac{dV(r)}{dr} \cdot (\mathbf{l} \cdot \mathbf{s})$$

↑
例: $(V(r) = -\frac{Ze^2}{r})$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{l} = \mathbf{r} \times \hat{\mathbf{p}} \quad , \quad \hat{\mathbf{p}} = -i\hbar \nabla \\ \mathbf{s} = \frac{\hbar}{2} \boldsymbol{\sigma} \end{array} \right.$$

○ 全角運動量 \mathbf{j}

$$\mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{s}$$

この Dirac 方程式は

保存量 (2重-2重)

[$P_{3/2}$ と $P_{1/2}$ のエネルギー分裂]

$$\begin{cases} P_{3/2} : & j = \frac{3}{2}, \quad l=1, \quad s=\frac{1}{2} \\ P_{1/2} : & j = \frac{1}{2}, \quad l=1, \quad s=\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\langle j m | \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} | j m \rangle = \frac{\hbar^2}{2} [j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)]$$

∴ $|j m\rangle \equiv \sum_{m_l, m_s} C_{m_l m_s} Y_{l m_l}^{(0)} \chi_{m_s}$

↑ zero order (2) 状態

$$\begin{aligned} \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} &= \frac{1}{2} [\mathbf{J}^2 - \mathbf{L}^2 - \mathbf{S}^2] \\ &= \frac{\hbar^2}{2} [j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)] \end{aligned}$$

ε (A) u 3.

$$\begin{aligned} \Delta E_{l,s} &= \left\langle \frac{1}{2m^2 r} \cdot \frac{dV}{dr} \right\rangle \langle \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} \rangle \\ &= \underbrace{\left\langle \frac{Ze^2}{2m^2 r^3} \right\rangle}_{C_0 \text{ と } r^3 \text{ の関数}} \cdot \langle \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} \rangle \end{aligned}$$

