

第4章 対称性とその物理

自然界には様々な対称性があり、それらの対称性は物理学において極めて重要な役割を果たしている。対称性とは時間・空間の変数に対して何らかの変換を施した時に、その系がもつ不変性のことである。この場合、その変換の対称性は自然界の身近な言葉で表現された現象と関係つけられている。場の理論ではさらに進んで状態関数に対する変換を行い、この変換に対する系の不変性により様々な対称性が求められている。一般的に言って、系がある対称性をもっていると理論的に取扱いが簡単になり、また様々な観点から物理の理解を深めることができる。さらに、対称性は物理学の描像を描く上で非常に有用であり、その本質を理解するときの指針にもなっている。

物理学における基本的な対称性に関連して二つの原理がある。その一つとして相対性原理があり、これはローレンツ変換に対する対称性と関係している。この対称性はどの場の理論模型も必ず満たさなければならないものである。もう一つは Curie の原理として知られているものであり、どの模型もその運動力学の結果は必ず、Curie の原理を満たさなければならない。これは一種の因果律に関係していて、自然界では常に守られている。

4.1 変換と不変性

それでは「何らかの変換」とは具体的にはどのようなものであろうか？物理学を学んでいる読者にとって、この部分はよく知られていることと思われるが、対称性の問題を整理して考えるための一助にはなるものと考えている。

4.1.1 ラグランジアン

ここで現代物理学において、その記述のすべての基礎となっているラグランジアンについて少しだけ解説しておこう。まずは古典力学を取り扱うことになるが、この場合もっとも単純な系は2粒子系である。これは明らかで、1粒子

だけの状態は相互作用していないので自由粒子の状態であり、対称性を議論する場合の対象外となっている。2体系の場合のラグランジアン L は

$L = \frac{1}{2}m_1\dot{r}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{r}_2^2 - V(|r_1 - r_2|)$ と書かれている。この右辺の第1, 2項が運動エネルギーであり、第3項がポテンシャルである。

4.1.2 ラグランジアン密度

一方、場の理論はラグランジアン密度によって記述されていて、これは場の量(場の変数, 状態関数とも呼ばれる)で書かれている。実際、量子電磁力学、量子色力学、弱い相互作用そして重力のラグランジアン密度すべてが場の変数で書かれている。この場合、系の対称性は場の変数を変換した時、ラグランジアン密度が不変になることにより決定されている。そして様々な変換に対して、それぞれに対応した対称性が議論されている。その意味で古典力学と比べると、場の理論の対称性は非常に多様であることがわかっている。

4.1.3 変換と対称性 – 古典力学

まず、古典力学における対称性について簡単に議論しよう。古典力学ではラグランジアンが座標の関数になっているため、この系の対称性は座標の変換に関係している。

- 空間の平行移動： 座標を $r \Rightarrow r + c$ と定数ベクトル c だけ平行移動した場合、ラグランジアン L は不変である。これは明らかで運動エネルギーの部分は平行移動の変換に対して変わらないし、またポテンシャルの部分も定数部分が打ち消し合って不変である。ラグランジアン L が $r \Rightarrow r + c$ の平行移動に不変だと、その系の運動量が保存量になっていることが証明される。
- 時間の平行移動： 時間を $t \Rightarrow t + d$ と定数 d だけ平行移動した場合、ラグランジアン L は明らかに不変である。この場合、エネルギーが保存量になっていることが証明される。
- 空間回転： ある角度だけ座標を回転したとき、ポテンシャルが動径部分のみの関数の場合、ラグランジアン L が不変となっている。この時、角運動量が保存量になっていることが証明される。座標の回転を数式で書くことは簡単ではあるが、それ程意味があることではないのでここでは省略しよう。

4.1.4 変換と対称性 – 場の理論

場の理論においてはラグランジアン密度が場の量の関数になっているため、この場の量の変換に対する不変性を議論することになっている。

- ローレンツ変換： すべてのラグランジアン密度はローレンツ変換に対して不変である必要がある。このため、どのラグランジアン密度もローレンツスカラーとなっている。これは絶対条件である。
- 時間・空間の平行移動： 場の理論の場合、場の変数 $\psi(t, \mathbf{r})$ は時間と空間の関数である。ここで時間と空間を微小量だけ平行移動するとそれに応じて場の変数も変更を受ける。この変換に対してラグランジアン密度が不変であることを要請すると、エネルギー・運動量テンソルが保存量となることが証明される。これは後でもう少し詳しく議論しよう。
- グローバルゲージ対称性： 状態関数 ψ を $\psi' = e^{i\alpha}\psi$ と変換してその模型のラグランジアン密度が不変である場合、この模型はグローバルゲージ対称性があるという。この不変性はその系の電荷保存を保証している。
- グローバルカイラルゲージ対称性： 状態関数 ψ を $\psi' = e^{i\alpha\gamma_5}\psi$ と変換してその模型のラグランジアン密度が不変である場合、この模型はカイラル対称性があるという。もう少し詳しくは、後程、解説しよう。
- $SU(N)$ 変換対称性： 状態関数が N 個の成分を持っているとして、それを $SU(N)$ の群 U によって $\psi' = U\psi$ と変換することを考えよう。ここでラグランジアン密度がこの変換に対して不変である場合、この系は $SU(N)$ 不変性を持っているという。この場合、群の表現論を用いて物理の状態を特定することができるため、この対称性は非常に有効であることが知られている。

4.2 相対性原理

相対性原理とそれに関連するローレンツ変換に対する対称性に関しては、どの場の理論の教科書にも詳しく議論されている。従って、ここではこの解説はしないが、基本的なことを少しだけ書いておこう。相対性原理の出発点は、座標系をどこに持って来たら良いかという問い掛けから始まっている。例えば、地球は太陽系の中にいるが、しかしその太陽は銀河系の外側を高速で周回している。その銀河系は宇宙の膨張にあわせて運動している。そうだとすると、どの座標系を取ったらよいかわからなくなる。相対性原理とは慣性系である限り、どの慣性系をとっても物理的な観測量は同じであるという要請である。現在までのところ、これと矛盾する自然現象は観測されていないし、これは原理として十分意味があるものと考えてよい。

4.2.1 相対性理論

ある慣性系から他の慣性系へ移るときに、いかなる場の方程式も満たさなければならない変換則がある。それが相対性理論である。この変換則のことをローレンツ変換と呼ぶ。現在の場の理論はすべてこのローレンツ変換に対する不変性を持っている。ローレンツ不変な模型でないと、ある系で計算した結果が他の適当な慣性系で計算した結果と一致するとはかぎらなくなってしまうので模型として不適当である。その意味で、ローレンツ変換に対する不変性はどの模型も絶対に守らなければならないものである。

4.2.2 ローレンツ不変なラグランジアン密度

実例として具体的なラグランジアン密度を書いておこう。このラグランジアン密度は量子電磁力学のものである。

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\partial_{\mu}\gamma^{\mu}\psi - m\bar{\psi}\psi - e\bar{\psi}\gamma_{\mu}\psi A^{\mu} - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

このラグランジアン密度の解説はしないが、すべての項がローレンツ変換に対してスカラーになっている。

4.3 Curie の原理

19世紀の終わりには Curie が自然界の対称性に注目して、非対称性があるとしたらどのようにそれが実現されるのかという問題を研究している。彼は Curie の原理を提唱しているが、それは「非対称な現象はその原因がない限り自然界では起こらない」というものである。この原理が信用されている主な理由は、その原理自体が観測に基づいて求められているからである。

4.3.1 圧電効果と逆圧電効果

例えば、ある種の誘電体に外から機械的圧力を加えると、それに応じて物質の対称性が壊れて非対称になる。このことが電束密度を誘起して電気的な力が誘発されることになり、これが圧電効果の現象である。これは非対称性が起こるのは外力が原因であるという Curie の原理そのものを表している。この圧電効果の重要性はよく知られており、実際、最近のタッチパネルによる情報の伝達は多種多様に利用されている。

さらに逆圧電効果も知られている。これは、電圧を掛けて対称性を少し変えると、それを戻そうとする力が働き、例えば、水晶の振動になるのである。この原理をうまく利用して実用化したのがクォーツ時計である。

4.3.2 場の理論における Curie の原理

場の理論のモデルでも Curie の原理が成り立っているべきであり、実際、原因がないのに系の対称性が自然に破れると言う事はあってはならない。ところが自発的対称性の破れという理論モデルは、原因がないのに対称性が破れると言う事を主張している。しかし直感的にも、自然に対称性が破れたとしたら、何か特別なこと(計算ミス)が起こったと考えざるを得ない。南部達が主張した自発的対称性の破れの概念は、現実にはその理論計算の途中で、ある「重要な近似」を使ったことが対称性が破れたように見えた原因であることが証明されている。従って、場の理論モデルにおいても Curie の原理は例外なく成り立っている事が現在はわかっている。厳しい言い方をすれば、自発的対称性の破れを提唱した人達が Curie の原理をもう少し深く理解していたならば、あのような愚かな理論を提唱することはなかったことであろう。

4.4 場の理論の対称性

場の理論のモデルには様々な対称性があり、そのうちローレンツ変換に対する対称性は最も基本的なものである。それ以外にも、時間・空間の平行移動に対するラグランジアン密度の不変性から、重要な対称性が知られている。時間も空間も場に対しては一樣であるべきであることから、この平行移動の対称性はごく自然なものである。実際、この対称性は運動量とエネルギー保存則に関係していて自然界でよく成り立っていることがわかっている。

4.4.1 対称性と保存則

この平行移動の対称性から、エネルギーと運動量の保存則が導かれている。この保存則はエネルギー・運動量テンソルと呼ばれている量が保存されることから、証明されるものである。従って、この物理量は非常に重要な量になっている。式を書いてもあまり意味があるとは思えないが、重要なのでその定義だけを書いておこう。このエネルギー・運動量テンソル $T^{\mu\nu}$ はある場 ψ から作られているラグランジアン密度 \mathcal{L} に対して次のように定義されている。

$$T^{\mu\nu} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \psi)} \partial^\nu \psi + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \psi^\dagger)} \partial^\nu \psi^\dagger - \mathcal{L} g^{\mu\nu}$$

ここで $\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0$ が成り立っていて、これがエネルギーと運動量の保存則そのものである。これは場の理論モデルにとって最も重要な物理量となっている。

- 一般相対性理論のエネルギー・運動量テンソル： ここで一つコメントをしておこう。一般相対性理論の方程式においてはその右辺にはエネルギー・運動量テンソルが現れている。これはある意味で非常に不思議ではある。それは一般相対性理論は粒子描像であり、場の理論ではないためエネルギー・運動量テンソルのような場の量を作ることは基本的には不可能である。従って、この一般相対性理論におけるエネルギー・運動量テンソルとはどのようなものであるのかを検証する必要がある。これはその定義を見るとわかることであるが、実は、星などの分布関数から作られたものである。従って、これは到底、基本的な物理量ではない。さらに、分布関数がどのように作られるのかは一般相対性理論が関知しない事でもあり、この点からみても一般相対性理論が物理学の基礎方程式にはなり得ない事がよくわかるものである。

4.4.2 グローバルゲージ対称性

場の理論の模型における対称性のうちで、グローバルゲージ対称性と呼ばれているものがある。それは状態関数 ψ を定数位相だけ回転したとき、そのラグランジアン密度が不変であるときに生じる対称性である。

- グローバルゲージ変換： ここで状態関数 ψ を $\psi' = e^{i\alpha}\psi$ と変換してその模型のラグランジアンが不変である場合、この模型はグローバルゲージ対称性があるという。現在までによく議論されてきたすべての模型は、この対称性を持っている。その場合、この対称性に付随してその模型は電荷保存が成り立っている。さらに、この対称性が自然に破れると言う事はないし、自発的対称性の破れとしてこのグローバルゲージ対称性が議論されることもない。

- カイラルゲージ変換： 自発的対称性の破れと関連して議論されている変換がカイラルゲージ変換であり、状態関数 ψ は $\psi' = e^{i\alpha\gamma_5}\psi$ と変換される。この変換に対して、質量項があるとその系にはこの対称性はないので現実的な模型ではない。実際、フェルミオンの模型で質量項がないとしたら、その模型には定数スケールがないため、自然界の記述には適していない。例えば、量子電磁力学においてはフェルミオンの質量により、次元を持つすべての物理的観測量が表現されている。従って、質量項のないフェルミオン模型は自然界を記述しようとする模型としては不適當である。

4.4.3 対称性とその破れ

一方において、南部達は非常に特殊な模型を考えて、カイラル対称性について議論した。それは「質量項をなくすことによりカイラル対称性がある模型」のことである。これは上述したように、質量項がないため現実的な模型ではないが、しかしおもちゃの模型として議論を展開したのであろう。

- 自発的対称性の破れ： この模型において南部達はこのカイラル対称性がその真空状態では「自然に」破れてしまうと言う事を主張したのである。これは物理的にどういう意味なのかが問題であるが、実際にはその模型の真空状態のカイラル対称性が自然に破れることはあり得ないことがわかっている。事実、破れていたわけではなく彼らが勝手にカイラル対称性自体が破れた状態になっていると思っ込んでしまったのである。

● 間違いの原因： 何故，このような勘違いを起こしてしまったのかという疑問に対しては，二つの理由が考えられる．一つには，新しく求められた真空状態のカイラル電荷が自由場が持っているカイラル電荷とは異なっていたことと関係している．自由場のカイラル電荷はゼロであるが，新しく求められた真空状態のカイラル電荷はゼロではなかったのである．しかしこれは何か特別なことが起こったというわけではなく，状態によってカイラル電荷の固有値が異なるのは当然の物理的な結果である．例えば，水素原子の問題において，その系は空間対称性があり，水素原子の基底状態は角運動量がゼロの状態が実現されている．そしてそれは励起状態の角運動量とは異なっているが，状態がそれぞれ異なった固有値を持つことは当然のことである．

二番目の理由としては，彼らが用いた近似法にその原因がある．Bogoliubov 変換と呼ばれているもので，これが近似法であることは周知の事実である．さらに，この近似法を採用すると，見かけ上，質量項が現れる場合があることはよく知られていた．これに対して，質量項が現れたからこれはカイラル対称性が破れた結果であると南部達は短絡して誤解してしまったのである [2]．このような非常に基本的なレベルの間違いが物理の世界で長い間 (50 年以上も) 通用してきた事実は，驚きを超えて，悲惨でさえある．

● Weinberg-Salam 模型： 南部達の理論だけが世の中に流通していたならば，それ程深刻な状況は生まれなかったことであろう．この理論模型が Higgs によって，Higgs 機構として新しい模型になり，さらにそれが Weinberg-Salam 達によって標準理論として使われたために，その混乱が大きくなってしまったのである．但し，Weinberg-Salam の模型はそれよりももっと基本的なところで深刻な問題点があることが知られている．それは彼らの模型は非可換ゲージ理論であり，その模型の構成粒子は観測量ではないことが証明されている．従って，彼らの模型は「厳密に解いたらその構成粒子であるウィークボソンは観測量ではない」のであるが，「Higgs 機構という近似法を採用したためにウィークボソンがうまい具合に観測量になった」と主張していることに対応している．これは明らかに科学の論理ではなく，その意味で Weinberg-Salam の模型は自発的対称性の破れ以前の深刻な問題をすでに抱えていたのである．

但し，この Weinberg-Salam の模型は弱い相互作用における最も重要な CVC 理論を再現するように作られている．この CVC 理論は弱い相互作用関連のほとんどすべての現象をよく記述している模型である．従って Higgs 粒子を除去して，さらに非可換ゲージ理論ではない等の修正をすれば，自然現象をよく記述している理論模型であることは間違いがない．

4.5 カイラル・アノマリー方程式

場の理論の模型がカイラル変換に対して不変であると，軸性ベクトルカレントが保存している．式で書くと

$$\partial_\mu j_5^\mu = 0 \quad (\text{但し } j_5^\mu = \bar{\psi} \gamma^5 \gamma^\mu \psi)$$

と書かれる．この保存則はフェルミオンの質量項が存在すると成立しない対称性から得られているため，現実の模型では見られない保存則ではある．

それではカイラルアノマリーとは，どのような物理現象であろうか？これは「1次発散を正則化したらアノマリー方程式が導出されたのだが，これが軸性ベクトルカレントの保存則を破ってしまった」というものである．Adler 達は，あるファインマン図(三角形図)を計算した時に見かけ上現れた1次発散の無限大を正則化したのである．このように求められたアノマリー方程式は非常に斬新で独創的であり，このため人々を引き付けてしまったのであろう．普通，正則化という数学的な方法を採用して最も重要な物理の保存則を破ってしまった場合，これは正則化のどこかに間違いがあると考えられるものである．ところが，その当時は「ゲージ条件」に対する理解が不十分であったこともあり，アノマリー方程式を人々が受け入れてしまったのである．物理学では，Noetherの定理から導かれた保存則が単純な数学的手段などで破られることはなく，保存則はそれを破る相互作用がない限り，常に厳密に成り立っている．

物理学の理論体系からしたら，これは最も低いレベルのミステークであると言える．しかしこれが数十年に渡り人々に受け入れられてきた事も事実である．さらに悪いことに，超弦理論はこのアノマリー方程式をその理論構築の一つの根拠にしているのである．何故，このようなことが起こり得たのかという疑問に対する科学史的な考察は今後の研究に任せるしかないであろう．自発的対称性の破れの問題にしてもこのアノマリー方程式にしても，対称性について人々の理解がなかなか深まらなかったことが一つの原因でもあろうか？

さらに言えば，三角形図の計算に関しては，非常に正確な模型計算がAdler達よりも前に西島先生によって提唱されている [1]．ところが，その論文(実際には教科書における解説)がどういうわけか全く無視されて今日に至っている．このことがアノマリーの問題を野放しにしてしまった最も大きな原因であると言えよう．理論家各自が自分の手できちんと三角形図の計算を行っていれば，このような事態にはならなかったかも知れない．

4.6 Higgs 粒子の問題点

Higgs 機構の問題点を解説することは、それ程、大変なことではない。しかし同時にそれ程、面白い事でもない。実際、Higgs 粒子は存在しないことが、いずれ明らかにされることであろう。この Higgs 機構とはゲージ場が複素スカラー場と相互作用する場合、ラグランジアン密度の段階でゲージ固定してしまうことにより、ゲージ場に質量を与えようとする近似法である。これは物理学の論理としては到底、正当化できるものではない。

4.6.1 Higgs ポテンシャル

Higgs 機構を説明しようとする、まずは Higgs ポテンシャルを解説する必要がある。これは不思議なポテンシャルである。Higgs 場はスカラー場なのでフェルミオンではなくボソン場であるが、そのボソン場が自己相互作用しているものが Higgs ポテンシャルである。しかし自己相互作用とは何か、と言うことが物理学では答えられていない。そのような自己相互作用は現実的なものとしては存在していないからである。

この「あり得ない相互作用」が提案されると、人々の反応は2つに分かれることになる。一つ目としては、これは非物理的であるとして排除する立場である。これは自然論学派としては当然取るべき方向であり、この形は自然界の記述には現れてこない相互作用であることが最大の理由である。ところが、第2番目の立場をとる人たちは、その考え方の独創性を評価するため、その模型に何か面白い物理があるかも知れないと期待するのである。そしてその期待が暴走すると、いつの間にか自然界との整合性の検証が二の次になってしまい、その模型が過大評価されてしまうのである。自己相互作用とはどのようなものなのかという、非常に基本的な概念をきちんと検証していれば、このような混乱は起こらなかったものと考えられる。

4.6.2 Higgs 機構

Higgs 機構自体は単純な模型計算である。ゲージ場が Higgs ポテンシャルと相互作用している系をまず考えることから始めている。この場合、スカラー場がゲージ場と相互作用する形はきちんと分っているわけではないため、その形を特定することはできない。しかし人々はミニマル変換という手法はゲージ不変だから、これがスカラー場とゲージ場が相互作用する形であろうと仮定して

相互作用の形を決めたのである。しかし実際問題としては、自然界に有限質量のスカラー粒子は存在しないため、これは実験から正当化しようがないものであり、よくわからない。

しかしながらここでは、このミニマル変換の手法をひとまず受け入れて、ゲージ場と Higgs ポテンシャルの相互作用の形を決めたとしよう。そこで Higgs はある種のゲージ固定をこの全体のラグランジアン密度に対して行ってしまふのである。通常のゲージ固定は運動方程式を解く時に変数の数と方程式の数を合わせるために行う物理過程であるが、Higgs はゲージ場に対するゲージ固定の条件式をラグランジアン密度に代入して、ゲージ不変性を破ってしまったのである。このことにより、ゲージ場が質量を獲得したと主張したのが Higgs 機構である。何故、このような奇妙な過程が容認されたのかという問題は確かに不思議ではある。しかしこれは自発的対称性の破れと関係していると考えられる。対称性が自発的に破れるのだから、このような荒っぽいことをしても構わないという雰囲気はその当時には存在していたのであろう。また非常に独創的な概念であることも、この奇妙な理論が容認された一因でもあろうか？

このように、ラグランジアン密度の段階でゲージ固定したため、勿論、ゲージ不変ではないラグランジアン密度になっている。従ってそれ以降は、ゲージ理論ではないので「非可換ゲージ理論ではその構成粒子が観測量ではない」という深刻な問題も回避されていると考えたのであろう。前述したように、「厳密に解いたら観測量ではないものが、近似をしたら観測量になってくれた」という論理は物理学では到底、受け入れられるものではない。この分野は、一体、どうしてこのような摩訶不思議な現象が横行していたのであろうか？

4.7 弱い相互作用の理論

弱い相互作用を歴史的に振り返ると学ぶところが多いものである。弱い相互作用とは、中性子が崩壊する過程を記述することができる理論体系である。この弱い相互作用における物理過程を理解しようとした最初の論文(教科書での解説)はフェルミによって提案されている。

4.7.1 4点相互作用

フェルミは4点相互作用というモデルを提案することにより、中性子崩壊の現象を理解する手掛かりを与えたのである。中性子の崩壊は中性子が陽子、電子そしてニュートリノへ崩壊するため、これは4個の粒子と関係している。従って、4点相互作用となっている。ここで粒子生成という非常に新しい概念が提唱されている。現在の場の理論ではこの粒子の生成・消滅を記述する場合、場の量子化を行うがフェルミはこれを行列表素で書いている。この表式はハイゼンベルグが行ったものであり、場の量子化と同じ結果を与えている。

4.7.2 パリティ非保存の相互作用

物理学における相互作用はいくつかの基本的対称性を持っている。その場合、それらのほとんどはその変換が連続変数による変換である。グローバルゲージ変換もその一つである。これら連続変数の変換から求められた対称性が基本的な相互作用の中で破れている現象は現在まで見つかってはいない。

一方、対称性の中には不連続な変数変換から導出された対称性も存在している。例えば、空間反転に対する対称性である。具体的には $r \rightarrow -r$ という変換(パリティ変換)に対して、相互作用ラグランジアン密度が不変であるかどうかという問題である。この変換に対して、電磁的な相互作用は不変であり、さらに強い相互作用も重力もこのパリティ変換に対して不変である。

ところが、弱い相互作用はこのパリティ変換に対して不変ではないことが実験・理論両面からわかっている。その意味では、フェルミの相互作用は不十分であることが知られていた。このパリティ非保存の形式を最初に導入したのが Lee と Yang である。その後、実験的にも弱い相互作用はこのパリティを破っていることが証明され、物理学会に大きな衝撃を与えたものである。しかしこれは自然現象を理解するという立場からは、至極自然なものとも言えよう。

4.7.3 CVC 理論

弱い相互作用の理論的な体系はゲルマンやファインマンやその他の人達により CVC(Conserved Vector Current) 理論として完成された。この CVC 理論により、弱い相互作用に関連するほとんどすべての現象がうまく理解されることがわかっていた。ところが、この CVC 理論は 2 次の摂動論を展開すると 2 次発散が出てしまうことも知られていた。これは理論形式の問題であるが、CVC 理論には何かまだ不十分なところがあることを示していた。

4.7.4 Weinberg-Salam 模型

CVC 理論は $SU(2)$ という群で記述すると簡単に書けることがわかっていたため、Weinberg-Salam 模型はそれに準拠している。さらに、この当時はゲージ理論のみが正しい理論体系であるという思い込みが物理屋のなかに蔓延していたのであろう。このため、Weinberg-Salam 模型は $SU(2) \otimes U(1)$ という非可換ゲージ理論の模型として提案されたのである。しかしゲージ粒子は質量がないため、実験的な観測とは合わないものであった。その当時、ウィークボソンの質量は少なくとも 10 GeV 以上であるという実験結果が報告されていたのである。

このため、Weinberg-Salam 模型ではこのゲージ不変性を何とか壊す必要があり、その時に採用された理論が Higgs 機構である。これは自発的に対称性が破れているわけだから、ある意味で何でもありの理論になってしまったのであろう。何度も強調することになるが、Weinberg-Salam 模型は非可換ゲージ理論である。このため、その基本粒子であるウィークベクトルボソンは「厳密に解いたら観測量ではないが Higgs 機構という近似法を採用したため、これらのボソンがうまく観測量になった」と主張しているのである。しかしながらこの論理が受け入れられないことは議論する必要もないであろう。

• Weinberg-Salam 模型が実験を再現できる理由： 何故、この Weinberg-Salam 模型が標準模型として人々に信用されてきたかと言う疑問に対してはそれなりの理由がある。それはこの模型の最終的なラグランジアン密度が CVC 理論を導出できるように調整されていたからである。従って、Weinberg-Salam 模型は理論的な整合性を別にしたら、実験をよく再現している模型と言うことができる。しかしだからと言って、この模型を評価することはできないのは至極当然のことでもあろう。

4.8 非対称性の物理

ある対称性を持つ系に外力を作用させると、一般的にはその対称性が壊れることになる。これが非対称な物理現象である。ここでは重要な具体例のうちで、いくつかの興味ある現象について簡単に解説しよう。

4.8.1 ゼーマン効果

原子系は空間回転対称性(およびスピン空間回転対称性)を持っているため、水素原子の $1s_{\frac{1}{2}}$ 状態は縮退している。従ってスピンの状態関数 $\chi_{\frac{1}{2}}$ と $\chi_{-\frac{1}{2}}$ は同じエネルギーを持つ状態になっている。この状態に一様磁場 B を掛けるとこの磁場がスピン空間回転の対称性を破るため、縮退していたエネルギー状態に $\Delta E = \pm \frac{e\hbar}{2m_e c} B$ のような分裂が生じる。これはゼーマン効果と呼ばれていて、非対称な性質を示す現象のうちでも最も重要である。

- MRI(核磁気共鳴) : 物理学において、最も幅広く応用され様々な機器に実際使われている現象がこのゼーマン効果であろう。例えば、MRI(核磁気共鳴)は今や、日常的に使われているものである。これは磁場を掛けることにより水分子中の陽子状態がゼーマン分裂する機構を応用したものである。
- 偏光ゼーマン法 : また、体内に蓄積された有機水銀の量を測定するため、その試料に磁場を掛けておき、偏光したフォトンの吸収率を測ることにより有機水銀の量を「絶対測定」する手法も開発されている。これは非対称現象をうまくとらえて、偏光したフォトンの磁気量子数の保存則を利用した極めて精巧な技術と言えよう。

4.8.2 電気双極子の物理

誘電体に外から電場 E を掛けると、誘電体においては電気双極子が誘発されてそのために $\Delta E = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$ というエネルギーシフトが生じる。これはもともとの結晶は中性なのだが、そこに電場を掛けたため対称性が壊れて偏極が生じたことに対応している。但しこの現象は物質の中で起こっているものであり、孤立系(例えば水素原子)ではその電気双極子がゼロであるためこの現象は起こらない。孤立系の電気双極子が有限だとこれは「時間反転不変性」を壊すことになり、現在まで時間反転不変性を破る現象は発見されていない。

4.8.3 シュタルク効果

電場 E を z - 軸方向に掛けると相互作用として $H' = ezE$ が現れる。この相互作用は電気双極子と電場の相互作用そのものである。これは空間回転の対称性を破り、さらに空間反転対称性も破っている。この相互作用の形を見ればわかるように、水素原子の基底状態での期待値はゼロでありこの効果の影響はない。しかし励起状態にはパリティの異なる縮退した状態 ($2s, 2p$) がありこの場合、1 次の摂動計算により確かにこの影響を確認することができる。

4.8.4 スピン-軌道相互作用

水素原子を勉強すると、必ず、スピン - 軌道相互作用と言うものが出てくる。これは Dirac 方程式の非相対論近似から得られる項であり $H' = \xi(r) \ell \cdot s$ の形である。この相互作用は軌道角運動量 ℓ に比例しているため空間回転の対称性を破っている。この破れは勿論、近似により生じたものである。Dirac 方程式は相対論的な方程式であり、Lorentz 空間における回転対称性を持っている。しかし非相対論近似を実行するとこれは当然、Lorentz 対称性を破ることになり、従って、このようなスピン - 軌道相互作用が現れるのである。水素原子においてはこの非相対論近似は非常に良い近似であることが実際の計算で簡単に確かめることができる。

4.8.5 圧電効果

圧電効果とはある種の結晶体に機械的応力を掛けるとそれに応じて電気分極が起こり、電束密度が生じる現象である。これは Pierre Curie が 100 年以上も前に発見しているもので、機械的な力が結晶構造の対称性を少し壊すため起こる現象である。この応用は非常に広範囲に渡っている。特に液晶画面に手で触れてそれを電気信号に変換する機構はこの圧電効果の応用そのものである。

4.9 繰り込み理論と対称性

繰り込み理論に関しては、Diracの主張が何故、人々に無視されたのかと言うことが最も重要であろう。第1章では繰り込み理論の大雑把な解説をしているが、実はこれ以上に詳しく説明しようとする、どうしても数式をふんだんに使わざるを得なくなる。それはこの本の趣旨ではないので、ここでは、繰り込み理論を対称性の観点から見直してみようと思う。また科学史的な観点からも繰り込み理論について少し考察してみよう。

4.9.1 局所的ゲージ対称性

繰り込み理論それ自体は特に対称性に関係しているわけではない。しかしその繰り込みの考え方は、実は、局所的ゲージ対称性と密接に関係している。何故「局所的 (local)」という言葉を使うかは明らかであろう。このゲージ変換 χ が時間と空間の関数となっているからである。実際、ゲージ対称性とはラグランジアンが局所的ゲージ変換という非常に特殊な変換に対して不変であることと関係している。局所的ゲージ変換とは、ある場の変数、今の場合ベクトルポテンシャルを任意の関数の微分量だけ平行移動 ($A' = A + \nabla\chi$, $A'_0 = A_0 - \frac{\partial\chi}{\partial t}$) してもラグランジアンは不変である (ラグランジアンが χ には依らない) と言うことが出発点である。量子電磁力学ではこれに加えて、フェルミオン場についても、任意関数の位相分 ($\psi' = e^{iex}\psi$) だけ変換する操作を含んでいる。

局所的ゲージ対称性の重要性は明らかで、これによりフェルミオン場と電磁場の相互作用の形が一意的に決まってしまうのである。ゲージ理論で相互作用が決まる模型としてもう一つ、量子色力学 (QCD) が知られている。ところが、この QCD 模型の場合、相互作用の形が確かに決定されるのであるが、その後、摂動論が展開できないため事実上、観測の計算は不可能である。その意味においてゲージ理論として計算可能な模型は実は QED だけである。

4.9.2 電子の自己エネルギーの発散

QED において摂動論を展開して電子の自己エネルギーを計算すると、その計算結果は無限大 (Log 発散) になってしまう事がわかる。この場合、電子の自己エネルギーの発散をどうとらえるかが問題である。古典電磁場においても、電子の作る自己電場を求めてその全エネルギーを計算すると、電子の自己エネルギーは発散している。しかし、どの教科書でもこの電子の自己エネルギーの

発散について何かを変えようという議論もなく、そのまま放置すればよいことになっている。それは当然で、この電子の自己電場のエネルギーは観測量ではないので、何も困ることはない。すなわち、電子が他の物質と相互作用をしない限り、その自己エネルギーを測定することもできないし、物理的な観測量になることもない。

4.9.3 電子の磁気能率補正

ところが、量子場の理論においては、電子の自己エネルギーが発散することは理論的に問題だとして、その無限大を打ち消すために、カウンター項をラグランジアン密度に足し算するのである。これにより、今度は自己エネルギーの発散が抑えられた形式ができたと思い、これが繰り込み理論の出発点になっている。この形式により観測量である電子の磁気能率補正を計算すると、やはり発散項がでてしまうのであるが、この発散項を電子の波動関数に押し込める形式を発展させたのである。何故、電子の波動関数にこの無限大を押し込めることが出来たのかと言う疑問に対しては、簡単に答えることができる。それは、自己エネルギーの無限大の形と電子の磁気能率補正の無限大の形とが全く同じものであったことに依っている。この手法はいかにも人工的ではあるが、この場合、有限量が電子の磁気能率の観測値と非常によく一致していたため、人々はこの繰り込み理論を受け入れたのであろう。実は、この磁気能率補正の計算にはもう一つ赤外発散の無限大が存在していることが知られている。しかしこれは波動関数に繰り込むことはできないので人々は単純に捨てているのである。計算結果に無限大があっても、その中の有限量が実験値とよく一致すればそれで良いとした理論計算を人々が受け入れてきたことは事実である。これはよく考えてみると非常に不思議な論理ではあるが、無限大に対して割合よく見られる現象でもある。しかし、科学史的に検討してみたら、これは他の分野でもよくあることなのであろうか？

4.9.4 フォトンの自己エネルギーの発散

フォトンの自己エネルギーは2次発散している。これは電子の自己エネルギーがLog発散している事とは好対照である。ここでこのフォトンの自己エネルギーの無限大に対して、人々はこの2次発散を何とか処理する必要があると思い「ゲージ条件」を導入したのである。この「ゲージ条件」が問題で物理

的にも数学的にも間違っていることがわかっている．このような条件を付けることにより，フォトンの自己エネルギーを繰り込める形にしようと考えた動機がよくわからない．フォトンの自己エネルギーが発散しても何も問題を起こさないのに，何故，人々はこの「ゲージ条件」に固執したのか，今となっては謎ではある．この現象も科学的に究明する必要があると思われる．

- 有限質量ベクトルボソンの自己エネルギー： 簡単な計算ですぐに確かめられることであるが，実は，有限質量ベクトルボソンの自己エネルギーも同様に2次発散している．しかし不思議なことに，この2次発散に対しては誰も問題にはしていなく，議論さえもされていないのである．このことを理解すればわかるように，フォトンの自己エネルギーが2次発散していることはゲージ理論の特殊性ではない．つまりはフォトンを含めたベクトルボソンの自己エネルギーの2次発散はゲージ理論とは無関係な発散であったのである．

4.9.5 観測量の計算における発散の原因は？

通常の計算において，観測量の計算結果に無限大が出てきたら，その計算がどこかで間違っているか，あるいはその定式化のどこかに誤りがあるかと細心の注意を払って計算を検証するものである．確かに，人々は様々な形でこの検証を行っている．しかしながら，これはゲージ不変性の理解が不十分であったことが最も大きな原因であることが，今となっては明らかである．もし人々が，有限質量ベクトルボソンによる電子の磁気能率補正をきちんと計算していたら，話は全く別の展開になっていたことであろう．この有限質量ベクトルボソンによる電子の磁気能率補正の計算結果には，どこにも発散はない [3]．つまりは，ファインマンのフォトン伝搬関数を用いた電子の磁気能率補正にのみ，Log 発散が現れているのである．このことを認識していたら，ゲージ理論のみが特殊であることが明らかになっていたことであろう．将来，科学史の研究者はこの問題をどうとらえてゆくのであろうか？

- ファインマンの伝搬関数： フォトンによる電子の磁気能率補正の計算に無限大が出てきたのは，フォトンの伝搬関数としてファインマンの伝搬関数を用いたことに依っている．そしてこの伝搬関数が正しくないことは昔の場の理論の教科書でしっかり議論されている [6, 7]．しかし，いつの間にか，このファインマンの伝搬関数がフォトンの正しい伝搬関数であると人々が思い込んでしまったのである．この理由の一つには，繰り込み理論が過大評価されてしまったことに原因があると思われる．もう一つ，このファインマンの伝搬関数の取

扱いが非常に簡単であることが大きな原因でもあろうか？フォトンの正しい伝搬関数は勿論，よく知られていたがこの取扱いが専門家にもかなり複雑であり，人々はファインマンの伝搬関数を使うことにしたのであろう．さらに言えば，電子-電子散乱の場合，どちらの伝搬関数を使っても散乱振幅は同じに求められることも知られていた．これらいくつかの偶然が重なって，現在の繰り込み理論に対して，ほとんど無防備なまでに人々がこの理論形式を受け入れてしまい，そしてそれが定着したのであろう．

現在，繰り込み理論の問題点を指摘しても，ほとんどの「いわゆる専門家」達はその批判内容を検討はしないで，単純に（少なくともしばらくの間は）無視し続けることであろう．尤も今となつては，繰り込み理論においてその専門家と言えるような研究者はいなくなつてしまったと言えるかも知れない．しかしながら，恐らく，繰り込み理論の提唱者達は（特に，朝永博士がもし生きておられたら）この理論に対する新しい知見と進展を喜んでくれると思うのだが，どうであろうか？

4.9.6 Dirac の主張が何故，無視されたのか？

繰り込み理論に関して，Dirac の最も最近の論文は1981年に出版されたAIP 会議報告書であろう．その報告書以前からずっと，Dirac は繰り込み理論に対する問題点をかなり強く主張し，指摘している．ところが，歴史的にはこの繰り込み理論に対する批判は，物理屋にはほとんど見向きもされなかったのである．これは科学の考え方を教える科学教育の立場からするとかなり深刻な問題であり，科学的にきちんと検証すべき事象である．1981年のAIP 会議報告書を読むと，その論理の確かさに仰天し，強い感銘を受けるものである．この論文を書いた時に Dirac は80歳近い年齢であることを考えてみれば，なおさらに彼が繰り込み理論に対して非常に憂えていたことがよくわかるものである．それは，この繰り込み理論が現代物理学の基礎として君臨してしまつたことに問題がある．電子の磁気能率補正の計算にのみ，この繰り込み理論が応用されたのならば，まだ，その被害は最小限になっていたことであろう．ところが現実の物理の世界では，繰り込みができる理論模型，できない理論模型とわけていて，そのため，ゲージ対称性を持つ理論のみが正しい理論であるという風潮が蔓延していたのである．実際には，ゲージ理論に対してのみ，観測量に奇妙な無限大が現れることが，今は証明されている．さらには，正しい伝搬関数を用いれば，恐らくフォトンの磁気能率補正の計算にも発散は存在しないことであろう．しかし，Dirac はこれらの事を知らない段階です

に、繰り込み理論の問題点を繰り返し指摘していたのである。この Dirac の主張に対して専門家が耳を傾けなかったことは、一体、何故なのであろうか？

4.9.7 今後の方向

繰り込みをする必要がなくなったということは、現代物理学においてはどのような影響があるのであろうか？これは一言で表現することは難しいとは思いますが、しかし場の理論の形式が非常に簡単になったことは確かである。現代物理学はすべて場の理論で書かれているが、これから物理的な観測量を計算する場合、摂動論の形式をきちんと実行すれば正しい答えが求められるということである。現実問題としては、強い相互作用の基礎理論である量子色力学は非可換ゲージ理論であるため、摂動計算が不可能である。このため、もともと繰り込み理論とは無関係であったので影響はほとんどないと考えられる。一方、重力理論は場の量子化をする必要がなかったため、繰り込み理論とは無関係であった。このため、繰り込みが必要かどうかの問いかけ自体が存在しないので、影響はもともとなかったのである。さらに弱い相互作用では観測量に対してそもそも発散項は存在しないため繰り込みは不要であった

4.9.8 繰り込み不要の影響

結局、繰り込みが不要になったことの影響は QED の計算に限られている。これはある意味では幸運でもあった。いずれにしても、現在、我々が手にしている場の理論の理論形式は非常にシンプルで信頼性の高いものである。従って、今後、場の理論の応用はより幅の広いものとして重要な役割を果たしてゆくものと期待できるものである。

関連図書

- [1] Fields and Particles
K. Nishijima, W.A. Benjamin, INC, 1969
- [2] Symmetry and Its Breaking in Quantum Field Theory
T. Fujita, Nova Science Publishers, 2011 (2nd edition)
- [3] Fundamental Problems in Quantum Field Theory
T. Fujita and N. Kanda, Bentham Publishers, 2013
- [4] Bosons after Symmetry Breaking in Quantum Field Theory
T. Fujita, M. Hiramoto and H. Takahashi
Nova Science Publishers, 2009
- [5] New Fundamentals in Fields and Particles
T. Fujita (editor), Transworld Research Network, 2008
- [6] J.D. Bjorken and S.D. Drell, "Relativistic Quantum Mechanics",
(McGraw-Hill Book Company,1964)
- [7] J.J. Sakurai, "Advanced Quantum Mechanics", (addison-Wesley,1967)
- [8] B.W. Parkinson and J.J. Spilker, "Global Positioning System", Progress
in Astronautics and Aeronautics (1996)
- [9] Simon Newcomb, "Tables of the Four Inner Planets", 2nd ed. (Washing-
ton: Bureau of Equipment, Navy Dept., 1898).
- [10] B.G. Bills and R.D. Ray. (1999), " Lunar Orbital Evolution: A Synthesis
of Recent Result